



O Modelo Teórico dos Campos Semânticos: Uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico

Romulo Campos Lins*

O principal objetivo deste artigo é estabelecer uma linha de análise epistemológica, tomando como material básico a álgebra e o pensamento algébrico. Mostrarei que fazer ou usar álgebra é algo distinto de pensar algebricamente, e que o pensamento algébrico é apenas um modo—entre outros—de produzir significado para a álgebra. No centro do argumento está precisamente uma discussão do processo de produção de significado para a álgebra. Para isto me apóio no Modelo Teórico dos Campos Semânticos (MTCS), que é discutido em alguns de seus aspectos. Conseqüências para a sala de aula são examinadas.

Introdução

O principal objetivo deste artigo é estabelecer uma linha de análise epistemológica, tomando como material básico a álgebra e o pensamento algébrico.

Mostrarei que *fazer ou usar álgebra é algo distinto de pensar algebricamente*. No centro do argumento está o processo de produzir significado para a álgebra. Para isto me apóio no Modelo Teórico dos Campos Semânticos (MTCS), que é discutido em alguns de seus aspectos. (O leitor encontrará mais referências em: Lins 1992, 1993a & b, 1994.)

O MTCS é um modelo epistemológico que propõe que *conhecimento é uma crença-afirmação junto com uma justificação para a crença-afirmação*. Indicamos, desta forma, que *conhecimento* é algo do domínio da *enunciação*—e que, portanto, todo *conhecimento tem um sujeito*—e não do domínio do *enunciado*; podemos também expressar este fato dizendo que *conhecimento* é do domínio da *fala*, e não do *texto*.¹ Desde este ponto de vista, a Matemática é um *texto*, e não *conhecimento*; tem-se *conhecimento* apenas na medida em que pessoas se dispõem a *enunciar* este *texto*. A um *conhecimento* que *fala* deste *texto* —a Matemática— chamaremos, naturalmente, de *conhecimento matemático*.

Mas, pelo fato de exigir que cada *conhecimento* tenha uma *justificação*, o MTCS indica que o mesmo *texto*, falado com diferentes *justificações*, constitui diferentes *conhecimentos*. Uma criança de 5 anos acredita - e diz - que “ $2+2=4$,” o mesmo que um matemático acredita - e diz. Mas as *justificações* de cada um são provavelmente distintas: a criança exhibe os dedos, o matemático fala de conjuntos. Estão constituídos *conhecimentos* diferentes.

A *álgebra*, como a Matemática, é um texto, e falaremos de *conhecimento algébrico* sempre que se *enuncie*, que se *fale* um *conhecimento* relativo a este *texto*, isto é, cuja *crença-afirmação* seja reconhecida como pertencendo a este *texto*. Importante, aqui, é afirmar que o que é ou não

* Professor do Departamento de Matemática, UNESP-RC

¹ Para compreender corretamente esta distinção, é preciso tomar a referência do trabalho de Jacques Derrida (por exemplo, Derrida, 1991).

álgebra fica definido apenas extensionalmente: há acordos permanentemente negociados, e diferentes grupos (culturas) vão “adotar” *textos* distintos.² Eu adoto a posição de que a *álgebra* é um conjunto de afirmações a respeito de relações aritméticas, onde por *aritméticas* entendo relações envolvendo apenas operações finitas e homogêneas, precisamente no sentido das leis de composição da álgebra moderna.

Posso passar, agora, à tarefa de esclarecer o que é *pensamento algébrico*. O *pensamento algébrico* é caracterizado por: (i) pensar *aritmeticamente*; (ii) pensar *internamente*; e, (iii) pensar *analiticamente*.

Pensar *aritmeticamente* significa que os *objetos* com que estou lidando são exclusivamente *números*, operações *aritméticas* e, acrescento aqui, uma relação de igualdade.

Pensar *internamente* significa que as propriedades destes *objetos* que sustentam o que faço com eles, isto é, que sustentam a *lógica das operações* num sentido mais amplo, não fazem referência a nada fora do domínio destes *objetos*. Por exemplo, se estou tratando de números naturais, nenhuma referência é feita a coleções de pedrinhas nem a cubinhos de madeira, sobre os quais é possível sustentar que a multiplicação de números naturais é comutativa,³ mas tampouco há referência a ontologias “abstratas” dos números naturais, como seria o caso dos axiomas de Peano. Pensar *internamente* implica que *número* é um objeto *simbólico*, no sentido preciso de que só tem propriedades em relação às operações (*aritméticas*). (cf. Klein, 1968)

Pensar *analiticamente*, por fim, significa que números genéricos são tratados exatamente como se fossem específicos, “incógnitas” são tratadas exatamente como se fossem “dados”; este segundo sentido é o sentido grego clássico do processo de *análise*, que “*toma o que é buscado como se fosse dado, e passa, a partir daí, através de sucessivas consequências, ao que é admitido como resultado de síntese [que é conhecido]*” (Heath, 1981; tradução minha. Veja também, Lins, 1993a)

Não estou afirmando que estas três características são completamente independentes. Não estaria também inclinado a reclamar se alguém disser que o que chamo de pensamento algébrico “é Bourbaki.” *O que estou afirmando é que estes três aspectos fornecem uma caracterização de um modo específico de produzir significado para a álgebra, mas não que seja o único.*

Tomemos, por exemplo, a equação $3x+10=100$. Esta é uma *afirmação* da *álgebra*, para a qual é possível produzir significado algébrico (i.e., a partir de objetos constituídos pelo *pensamento algébrico*), mas para a qual também é possível produzir significado dentro de um *campo semântico de uma balança de dois pratos*. E há outros modos de produzir significado. O importante é que há *álgebra algébrica* e há *álgebra não-algébrica*.

A distinção entre *álgebra* e *pensamento algébrico* que proponho é um exemplo exemplar de uma distinção mais geral e já indicada: a *álgebra* é um *texto*, e o *pensamento algébrico* é um—entre outros—*modo de produzir significado* para a *álgebra*. E, ainda, *significado* é a relação que se estabelece entre uma *crença-afirmação* e uma *justificação* para ela *no momento da enunciação*.

² Para uma análise importante de como se constitui o que é e não é permitido em dados discursos, o leitor deve referir-se a Foucault.

³ Basta pensar nos arranjos retangulares.

Posso agora definir: um *Campo Semântico* é um *modo de produzir significado*. Embora seja tentador interpretar esta definição como simples questão terminológica, este não é o caso. O que esta definição indica é que minha formulação de *semântica* em relação a *conhecimento* não faz referência primária a objetos, mas a modos de produzir objetos. Esta observação é tanto mais pertinente quanto mais se percebe que muitos dos modelos epistemológicos correntemente adotados em Educação Matemática (e.g., Piaget, Collis e Vergnaud) são fundados, em última instância, na noção de conjuntos, seja diretamente ou através de outras noções; estruturas, categorias e, hoje, alegorias, são essencialmente desenvolvimentos a partir da noção de conjuntos.

Uma forma de apresentar a diferença entre o MTCS e outros modelos epistemológicos é o exame das diferenças entre *campo*, *sistema* e *estrutura*. Podemos, nos três casos, falar de *objetos* e de *relações* envolvendo estes objetos; a tabela abaixo apresenta uma visão global:

	Objetos	Relações
Campo	pertinência difusa	não-permanentes
Sistema	pertinência 0-1	não permanentes
Estrutura	pertinência 0-1	permanentes

No caso das *estruturas*, tanto a pertinência de *objetos* quanto as *relações* entre eles estão bem definidas, no sentido de que um *objeto* pertence ou não à *estrutura* e as relações estão de tal forma constituídas que um desequilíbrio em um ponto da *estrutura* repercute em toda ela; é esta última característica que permite que se tome contradições como “combustível” do desenvolvimento cognitivo.

Um *sistema*, por seu lado, pode ser entendido como “uma *estrutura* real,” isto significando que a propagação de desequilíbrios tem que enfrentar uma certa inércia: um desequilíbrio em algum ponto do sistema não reflete necessariamente em todos seus outros pontos.⁴ É neste sentido que digo que as *relações* em um *sistema* são não-permanentes, embora a pertinência de *objetos* esteja bem definida; *relações* aplicam-se ou não dependendo da cadeia intermediária de *relações* envolvidas.

Com relação aos *campos* tanto a pertinência quanto as relações são não-permanentes, o que implica que *objetos* não podem fazer parte constitutiva de *campos*, e é neste sentido que o MTCS é um modelo não-essencialista, pois propõe que *objetos* são sempre—e incessantemente—*constituídos*, e não *aproximados*, *abordados*. No MTCS, a noção de *essência* só pode ser entendida como na interpretação que Zizek dá a Hegel:

“*Para nós, para a consciência dialética que observa o processo na posteridade, a essência é a aparência como aparência...., isto é, o movimento de auto-ultrapassagem da aparência, o movimento por meio do qual a aparência é colocada como tal, como algo que justamente ‘não passa da aparência’.*” Zizek (1991)

⁴ A melhor imagem que consegui encontrar aqui, e a de um reticulado de molas: quando balançamos uma delas, a energia dissipa-se de tal modo que nem todos os nós vão necessariamente entrar em movimento.

Enquanto em Piaget, “O ponto de partida do conhecimento está constituído pelas ações do sujeito sobre o real” (cf. Battro, 1978), para o MTCS é precisamente *conhecimento* que *constitui* o real, e *campos semânticos*, sendo *modos de produzir significado*, são precisamente *modos de constituir conhecimento*, isto é, o real. Enquanto modelos essencialistas defenderiam que a expressão linguística é a *aparência* de *conhecimento*, o MTCS postula, seguindo o ponto de vista de Zizek, que é na *enunciação* que se constitui sua *essência*, de modo que *crença-affirmação* e *justificação* são, de fato, os elementos constitutivos de *conhecimento*.

Como já indicamos brevemente, *conhecimento* tem sempre um sujeito, *que é precisamente o sujeito de sua enunciação*.⁵ Como consequência, sempre que falamos de *conhecimento*, falamos de *conhecimento deste sujeito* (que pertence a ele), o que significa uma posição claramente relativista. Piaget adota também uma posição relativista, mas um relativismo no qual a consciência individual precede à interação com o social, de forma que é preciso completar esse relativismo com um realismo para explicar a estabilidade dos mecanismos cognitivos ao longo da existência da espécie humana—uma posição claramente essencialista.⁶ Vygotsky refuta completamente a hipótese da consciência produzida desde dentro, propondo, ao invés, que esta é formada exatamente *através do outro* (Vygotsky, 1986). Embora Vygotsky, trabalhando dentro das premissas do Marxismo, faça referência a uma realidade material, é perfeitamente compatível com suas idéias admitir que aquilo a que chamamos “realidade material” é na verdade uma construção conceitual. Podemos ainda nos referir às idéias de Nelson Goodman, um relativista não radical que trabalha com a noção de que o real é uma construção na qual certas partes (as *estipulações*) ficam intocadas, de modo a produzir o efeito psicológico que descrevemos como “realidade.” (Goodman, 1984)⁷

O MTCS, compartilhando posições de Vygotsky e de Goodman, coloca a questão do relativismo a partir de uma perspectiva diferente. Ao invés de tomar o indivíduo como o *locus* último das relatividades, o MTCS toma este *locus* como sendo o social; o suposto indivíduo, então, tem existência apenas dentro deste lugar, o social. Esta posição não é original,⁸ mas é possível adotar uma posição ainda diferente dentro desta perspectiva. Mesmo Vygotsky e seus colegas, adotando a posição—naquele instante radical—de que os próprios mecanismos cognitivos caracteristicamente humanos são formados socialmente, não abandona a postulação de que indivíduo e social são distintos: há um indivíduo que se forma num social. O esqueleto desta postulação é a distinção *interno/externo* aplicada ao indivíduo; é precisamente por isso que o problema que Vygotsky caracteriza como central no desenvolvimento cognitivo é o da *internalização*, e propõe, para atacar este problema, o conceito de Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) (Vygotsky, 1984 & 1986; Kohl de Oliveira, 1993).

Da forma como é colocada, a partir da distinção externo/interno, a questão da *internalização* é complexa; na verdade, como Wertsch e Stone (1991) observam, “um dos problemas mais persistentes da psicologia é como conceitualizar a relação entre atividade interna e externa.”

⁵ Isto garante, por si só, que *todo conhecimento é situado (falado, produzido) num contexto*. Luciano Meira (comunicação pessoal, 1994) argumenta que esta implicação não é imediata como pode parecer, e que seria necessário referenciá-la, por exemplo, em Bakhtin, para evitar interpretações equivocadas. Entendo, no entanto, que a distinção que evoco entre *texto* e *fala* é suficientemente forte para garantir que o possível equívoco fique de responsabilidade do leitor.

⁶ No sentido em que, para Piaget, a origem dos mecanismos cognitivos deve ser procurada no funcionamento biológico da espécie humana. (Garcia & Piaget, 1984)

⁷ Para Goodman nós nascemos num mundo de estipulações. Na elaboração de seu modelo, ele parte, por exemplo, do argumento de Hume de que a relação de causalidade não pode ser produzida por nenhuma experiência direta da realidade.

Vygotsky trabalha com a idéia de que os mecanismos cognitivos são uma forma internalizada de mecanismos que se apresentam no social (veja, por exemplo, Luria, 1976), e postula que é na interação com colegas mais adiantados ou com adultos que o desenvolvimento cognitivo da criança acontece. Chamemos a estes agentes que propiciam o desenvolvimento cognitivo do sujeito, de *interlocutores*.

Mas o que se dá na interação entre o sujeito e interlocutores? O que é que interlocutores têm que o sujeito ainda não tem, e que depois de um tempo vai haver possivelmente internalizado? Obviamente, a resposta não pode ser “informação,” pois o *texto* está igualmente disponível a todos os envolvidos. Mais: quando o *texto* está disponível ao sujeito, e há um fracasso em assimilar este *texto* —assimilar no sentido dos esquemas— o que não está sendo produzido é *significado*.

O que é internalizado são precisamente *modos de produzir significado*, isto é, o que é internalizado são *campos semânticos*. O que esta afirmação implica é que através da interação o sujeito possivelmente apre(e)nde dos interlocutores que certos *modos de produzir significado* são legítimos, que têm *sentido* para ele, sujeito,⁹ e ao engajar-se na prática de produzir *significado* dentro destes *campos semânticos* o sujeito se insere no social a que pertencem os interlocutores, *ao mesmo tempo que abre a possibilidade de orientar a si próprio dali para a frente nas atividades em questão*. Dei destaque a esta última observação, por ela representar exatamente a outra ponta da ZDP de Vygotsky: quando o sujeito já pode fazer sem os interlocutores aquilo que antes não podia. Ao internalizar um *modo de produzir significado*, o sujeito passa a ser capaz de ser *seu próprio interlocutor*. Poderíamos, aqui, introduzir as noções de *interlocutor interno* e *interlocutor externo*, mas é exatamente neste ponto que a distinção interno/externo mostra-se desnecessária: a atividade cognitiva “autônoma” do sujeito funciona da mesma forma que a atividade cognitiva “heterônoma,” isto é, através da interação com *interlocutores*, sejam eles “internos” ou “externos.”

Para clarificar este último ponto, examinemos a noção de “scaffolding,” que Bruner usa para caracterizar o papel dos *interlocutores*. A palavra “scaffold,” em inglês, quer dizer andaime, e o que se intenciona com “scaffolding” é a atividade de oferecer ao sujeito um andaime que lhe permita atingir gradualmente lugares os quais não atingiria sozinho (Bruner, 1991). Frente a esta noção, devemos nos perguntar se é possível que o sujeito faça seu próprio “scaffolding.” Em outras palavras, devemos nos perguntar se o sujeito pode ser um agente que propicia seu próprio desenvolvimento cognitivo. A partir da perspectiva vygotskiana, a resposta é *sim*, pois caso contrário não haveria nunca desenvolvimento cognitivo de ninguém.

O resultado é que o papel dos *interlocutores* é o mesmo, sejam “internos” ou “externos,” e a distinção mostra-se—neste nível—desnecessária; em ambos os casos *o sujeito fala para modos de produzir significado, pergunta a eles e para eles olha em busca de sinais de que está falando adequadamente*. E, dada a posição que assumimos, de que os *interlocutores* “internos” são formas internalizadas dos *interlocutores* “externos,” concluímos que *o sujeito fala sempre para*

⁹ Veja-se, por exemplo, Ariés (1981), Blikstein (1983), Walkerdine (1990), Zizek (1991, p. 19)

¹⁰ A palavra “sentido” é usada aqui de forma bastante particular. *Ter sentido* indica que há disposição por parte do sujeito em participar daqueles modos de produzir *significado*. Roberto Baldino (comunicação pessoal), apoiado nas idéias de Lacan, sugere que *ter sentido* refere-se à estrutura de gozo do sujeito: algo tem sentido se gozo com este algo, se este algo funciona como objeto do desejo do sujeito.

o outro, para o social, dentro da cultura a que pertence. Podemos entender, assim, que *interlocutores* não são pessoas, indivíduos, mas precisamente *modos de produzir significado, campos semânticos*; quero dizer com isso que não é necessário—e na verdade é até complicador—pensarmos em *interlocutores* como “rostos” com quem falamos.

Assim, vemos que a regulação dos discursos, do que pode ou não ser dito, se dá pela constituição, afirmação, rejeição, transformação e internalização de *campos semânticos*, certamente não de modo simples e bem organizado. Na Grécia Clássica, por exemplo, o discurso matemático não comportava que se *falasse* de números irracionais, simplesmente porque a ontologia de número que fazia parte deste discurso gerava um *campo semântico* dentro do qual não é possível gerar *significado* para números irracionais, e é apenas compreendendo que isto também se aplica à noção de “número generalizado,” que se pode compreender porque Diofanto não apresentava jamais soluções generalizadas para problemas que eram apresentados em toda sua generalidade (Lins, 1992, Klein, 1968). A insistência desinformada em ignorar este aspecto de *conhecimento* gerou, por exemplo, a absurda afirmação de que os gregos não tinham um cálculo literal porque já haviam usado todas as letras para representar números.

Em Lins (1993), apresentei um diálogo ficcional, mas exemplar, entre uma professora que quer ensinar alunos a resolver equações de 1º grau, e os alunos. Argumentei ali que é possível que professora e aluno concordem a respeito de *crenças-afirmações*, ainda que para a professora a *justificação* seja uma e para o aluno outra. O exemplo, lá, referia-se à equação $3x+10=100$. Tanto a professora quanto o aluno concordavam que “podemos tirar 10 de cada lado,” mas se para a professora isto era decorrência de propriedades das igualdades em relação às operações aritméticas, para o aluno era porque tudo se passava como numa balança de dois pratos. Quando analisamos esta situação do ponto de vista do MTCS, fica claro que há dois *conhecimentos* distintos em jogo: o *conhecimento* da professora é K_p = (“podemos tirar 10 de cada lado”, “esta é uma propriedade da igualdade em relação às operações aritméticas”), e o *conhecimento* do aluno é K_A = (“podemos tirar 10 de cada lado”, “esta é uma propriedade das balanças em equilíbrio”). Como já indicamos, um *conhecimento* é K = (*crença-afirmação, justificação*). Para mostrar que estes são *conhecimentos* diferentes, poderíamos tomar o caminho fácil e apenas indicar que formalmente eles são pares diferentes, mas esta solução não basta, pois o que é necessário mostrar é exatamente que a caracterização de *conhecimento* no MTCS produz a possibilidade de uma análise dos processos epistemológicos envolvidos na aprendizagem da Matemática que é mais precisa que aquelas fundadas em modelos que não consideram os modos de produzir *significado* que suportam as *crenças-afirmações*.

Ao invés da diferença formal, portanto, examinarei os dois *conhecimentos* do ponto de vista de suas possibilidades de aplicação a outras situações. Consideremos, primeiro, a seguinte forma da *crença-afirmação* em K_p e K_A : “podemos tirar o mesmo de cada lado.” O que aconteceria se ao invés da equação do exemplo anterior, $3x+10=100$, tomássemos a equação $3x+100=10$? Para a professora é certo que a *crença-afirmação* se aplica igualmente: “podemos tirar 100 de cada lado”; para o aluno, no entanto, esta *crença-afirmação* não pode ser aplicada a esta nova equação, mesmo que ele saiba fazer contas com números negativos, *simplesmente porque a equação $3x+100=10$ não corresponde a nenhuma situação com uma balança de dois pratos*.

Ou, em termos do MTCS, *não é possível produzir significado para aquela equação dentro de um campo semântico de balança de dois pratos*. A própria consideração da aplicabilidade da *crença-afirmação* “podemos tirar o mesmo de cada lado” depende da identificação dos objetos a que ela se refere, e o fato de que não se pode produzir *significado* para a equação $3x+100=10$ dentro de um *campo semântico de balança de dois pratos* quer dizer que *aquela equação não é jamais constituída em objeto, e, portanto, não se fala nada a respeito dela*.

O mesmo aluno poderia, é claro, ser capaz de produzir *significado* para $3x+100=10$ dentro de outro *campo semântico*, por exemplo, um *campo semântico de máquinas estado-operador*, neste caso, teríamos $K_A =$ (“podemos tirar o mesmo de cada lado”, “desfaço o +100 tirando 100 do resultado final, que é 10”), um *conhecimento* que é ainda diferente de K_p e K_A .

* * * * *

Diante do que já foi apresentado, resta completar uma investigação mais específica a respeito da produção de *significado* para a álgebra. Embora aqui, como no resto do texto, trabalhamos sempre com equações, o que deve ser posto em relevo é o método de análise.

Para caracterizar diferentes *modos de produzir significado* para a álgebra, devemos fixar nosso olhar no que podemos chamar de *a lógica das operações*. Dada uma equação, é possível que tenhamos *crenças-afirmações* a respeito do que pode ser feito com esta equação, operações que podem ser aplicadas a ela. E, perguntamos, quais as *justificações* que sustentam estas *crenças-afirmações*? Qual a *lógica* destas operações?

Tomemos a equação $3x+10=100$: o que podemos fazer com esta equação? Por exemplo,

- (A) podemos “tirar 10 de cada lado”
- (B) podemos “tirar x de cada lado”
- (C) podemos “multiplicar por 2 os dois lados”
- (D) podemos “multiplicar por 2,7 os dois lados”
- (E) podemos “dividir por 3 os dois lados”
- (F) podemos “dividir por x os dois lados”

Quando digo “podemos,” isto é entendido como “há um modo de *produzir significado* para esta equação no qual estas coisas estão justificadas.” E também que suponho que meu leitor compartilhe comigo estas *crenças-afirmações*. Com relação ao *campo semântico do pensamento algébrico* as *crenças-afirmações* acima estão todas justificadas.

Examinemos, então, se é possível produzir *significado* para elas dentro de um *campo semântico de uma balança de dois pratos*.

para (A): já vimos que não temos problemas.

para (B): é estranho, pois não temos nenhum peso “x” do lado direito, e como não sabemos seu valor, como retirar seu equivalente? Não é possível.

para (C): a princípio não há problemas, basta colocar outros três x e outro dez do lado esquerdo, e outro cem do lado direito

para (D): a intuição de (C) já não serve; podemos, é claro, pensar em colocar um outro

tanto, como em (C), e depois dividir um peso x em dez partes e tomar 7 etc. Parece forçado, embora possível. E se fosse multiplicar por 2,457? O que significa generalizar o método?

para (E): a princípio não há problemas, bastando separar cada lado em três grupos e deixar só um. Mas e se fosse para dividir em 20 partes, seria igualmente natural, dado que no caso de dividir por 3 temos 3 “ x ,” um para ficar em cada grupo?

para (F): claramente não; como dividir em grupos se não sei quantos são?

Na “álgebra da balança de dois pratos,” a produção de *significado* para equações está sempre ligada ao estabelecimento e manipulação de “lotes,” que são comparados: *uma balança de dois pratos é a afirmação “os dois lados estão balanceados se e somente se têm a mesma quantidade.”* Do ponto de vista da epistemologia este é um fato notável, não é a experiência com uma balança real que a constitui, mas aquela *crença-afirmação*. Um programa de computador que se comporte exatamente de acordo com aquela afirmação é uma balança de dois pratos, embora nenhum princípio físico esteja envolvido. No sentido de Goodman, a afirmação “*os dois lados estão balanceados se e somente se têm a mesma quantidade*” funciona como uma *estipulação*, no sentido de constituir um objeto e não fazer parte do conjunto de *crenças-afirmações* que requerem *dentro daquele campo semântico, justificações*. A estas *crenças-afirmações* que são constitutivas de *campos semânticos*, chamarei então de *estipulações locais*, e às estipulações no sentido mais geral de Goodman, chamarei de *estipulações globais*.

Da mesma forma que fizemos com um *campo semântico de uma balança de dois pratos*, podemos examinar em que medida é possível produzir *significado* para as *crenças-afirmações* (A)-(F), relativas à equação $3x+10=100$, dentro de um *campo semântico de todo e partes*. Grosso modo, teremos o mesmo quadro: (A), (C) e (E) não apresentam problemas, mas (B), (D) e, em particular, (F) são problemáticas. Se pensamos num *campo semântico de máquinas estado-operador (máquinas de função)*, as cinco primeiras *crenças-afirmações* podem ser justificadas, mas em (F) há um problema: dividir por x “subverte” a ordem em que as operações foram efetuadas.

O próximo passo é tomar outra equação, $3x+100=10$, e examinar a possibilidade de produzir *significado* para ela dentro daqueles quatro *campos semânticos*. Como objeto do *pensamento algébrico* não há dificuldade, nem como objeto de um “campo semântico de máquinas estado-operador”, mas ela não pode ser objeto de uma “álgebra da balança de dois pratos,” como já vimos, tampouco de um “campo semântico de todo e partes”.

Podemos construir um quadro, no qual indicamos para várias equações se é ou não possível produzir-se *significado* para elas dentro de cada dos quatro *campos semânticos* a que nos estamos referindo (respectivamente, e x ; combinações indicam que é possível mas apenas com “flexibilidade” de interpretação):

	Pensamento Algébrico	Balança de dois pratos	Todo e parte	Máq. estado- operador
$3x+10=100$	√	√	√	√
$3x+100=10$	√	x	x	√
$4x10=100-x$	√	√	√x	x
$x+10=4x+100$	√	x	x	x
$2,7x+10=100$	√	√xx	√xx	√
$10+3x=100$	√	√	√	x
$100-3x=10$	√	x	√	x
$10-3x=100$	√	x	x	x
$2\text{sen } x=1$	x	x	x	x

Do ponto de vista da epistemologia, não é suficiente a noção de forma que a Matemática (um *texto*) propõe, já que a primeira e segunda equações, por exemplo, são formalmente idênticas ($ax+b=c$), mas não são igualmente interpretáveis dentro de diferentes *campos semânticos*, e a primeira e sexta equações são equivalentes mas também não são igualmente interpretáveis.

Quando falamos de *produzir significado*, estamos sempre falando de *constituir objetos*. Os modelos epistemológicos que não consideram a possibilidade das diferentes *justificações* para *crenças-affirmações* da álgebra devem, então, responder a uma pergunta: de que forma são constituídos os *objetos* do *conhecimento algébrico*? Uma resposta, a do *conhecimento matemático* dos matemáticos, é que é na própria Matemática que tais *objetos* são constituídos. Podemos entender que isto equivale a dizer que os *objetos* da álgebra são o que são, que é assim que eles funcionam porque é assim que se quer que eles funcionem, e que é apenas como constituídos na Matemática (um *texto*) que eles são *objetos* da álgebra. Mas há dois problemas com esta resposta. Em primeiro lugar ela não ignora que haja um modo de produzir significado para os *objetos* da álgebra: ela nega que haja outros; é desta forma que a Matemática dos matemáticos transforma *conhecimento* em *texto*, ao afirmar que em todo *conhecimento matemático* a *justificação* está bem circunscrita. Todo teorema pulveriza, entre seu enunciado e o CQD, os possíveis traços de uma *enunciação*, e, portanto, de um sujeito do *conhecimento*, ao não permitir que haja ali dentro pontos de basta, pois só indo do princípio ao fim é que se pode produzir *significado* para o enunciado. O segundo problema, é que quando se encontram com *textos* do matemático—livros-didáticos, por exemplo—as pessoas *de fato* produzem *significados* que não são os do matemático, mas que as tornam capazes de falar a partir daquele *texto* (resolver equações, por exemplo). Postos juntos os dois problemas, o que fica em relevo é que a escolha de modos privilegiados de produção de *significado* é um mecanismo de seleção dos participantes de uma prática social, embora sob a roupagem de mecanismo epistemológico ou sob o argumento de busca da verdade.

Comentários finais

O ponto principal da análise da álgebra e do pensamento algébrico que fiz, baseada no Modelo Teórico dos Campos Semânticos, é indicar a necessidade da distinção entre a enunciação e o enunciado, entre a fala e o texto, na leitura epistemológica de qualquer *conhecimento algébrico*. Uma vez que a constituição de *objetos* se dá sempre no processo de produção de *significado*, no processo de produção de *conhecimento*, é inútil querer encontrar estes *objetos* na álgebra (um *texto*). Não há “objetos da álgebra,” mas sim “objetos *constituídos a partir da álgebra*.”

O que deve estar suficientemente esclarecido a esta altura, é que fazer de *conhecimento* um *texto* supõe uma posição essencialista com relação aos *objetos* do *conhecimento algébrico*. Ao exibir a possibilidade de *conhecimentos* distintos coincidirem quanto à *crença-afirmação*, mostrei que um modelo epistemológico essencialista não é adequado para a Educação Matemática.

O MTCS constitui *conhecimento* de modo a constituir sempre um *sujeito do conhecimento*, e ao estabelecer que *conhecimento* é algo do domínio da enunciação, estabelecemos também o que é necessário para que se deconstrua a noção de *indivíduo* até aqui prevalente. Como consequência, é natural a aproximação com as posições de Vygotsky, e natural o afastamento com relação às posições de Piaget. Esta ruptura com uma noção de *indivíduo* baseada na aplicação da distinção interno/externo à cognição, abre a possibilidade de novas perspectivas no estudo do processo de ensino e aprendizagem, em particular por mostrar que o processo de produção de *significado* deve ser explicitamente tratado nas salas de aula, ao invés de comparecer apenas na fundamentação das posições em didática.

Dizer que todo *conhecimento* é contextualizado, não pode ser apenas dizer que ele depende das experiências vividas por quem o produz; é preciso ir além e afirmar que *todo conhecimento é falado para o outro*, e inverter a afirmação de que “todo conhecimento é contextualizado,” para dizer que *todo contexto é ‘conhecimentizado’*.

Modos de produzir *significado* são modos de produzir o real, e é deste processo, em última instância, que o MTCS se preocupa.

Bibliografia

- Ariès, P. (1981) *História social da família e da criança*. RJ, Zahar Editores
- Battro, A.M. (1978) *Dicionário terminológico de Jean Piaget*. SP, Livraria Pioneira Editora
- Blikstein, I. (1983) *Kaspar Hauser ou a fabricação da realidade*. SP, Editora Cultrix
- Bruner, J. (1991) *Vygotsky: a historical and conceptual perspective*, in Wertsch (ed.), *Voices of the mind: a sociocultural approach to mediated action*. Harvard University Press, Cambridge, MA
- Derrida, J. (1991) *Limited Inc.*; Papirus Editora, Campinas, SP
- Garcia, R. & Piaget, J. (1984) *Psicogênese e historia de la ciencia*. Siglo Veintuno Editores, Mexico

- Goodman, N. (1984) *Of Mind and Other Matters*. Harvard University Press, Cambridge, MA
- Heath, T. (1981) *A History of Greek Mathematics*. Dover, NY
- Klein, J. (1968) *Greek Mathematical Thought and the Origins of Algebra*, MIT Press, Cambridge, MA
-
- Kohl de Oliveira, M. (1993) *Vygotsky: aprendizado e desenvolvimento, um processo socio-histórico*. Editora Scipione, SP
- Lins, R.C. (1992) *A framework for understanding what algebraic thinking is*, PhD Thesis, University of Nottingham, UK
- Lins, R.C. (1993a) *Understanding what algebraic thinking is: analysis and synthesis*; Caderno do PME Working Group on Algebraic Structure and Processes. Tsukuba, Japão
- Lins, R.C. (1993b) *Epistemologia, História e Educação Matemática: tornando mais sólidas as bases da pesquisa*, Revista da SBEM-SP, nº1
- Lins, R.C. (1994, no prelo) *Eliciting the meanings for algebra produced by students: knowledge, justifications and semantic fields*. / *Anais do PME XVIII*, Lisboa
- Luria, A.R. (1976) *Cognitive Development: its cultural and social foundations*. Harvard University Press, Cambridge, MA
- Vygotsky, L.S. (1984) *A formação social da mente*. Livraria Martins Fontes Editora, SP
- Walkerdine, V. (1990) *The mastery of reason*. Routledge, NY
- Wertsch, J.V. & Stone, C.A. (1991) *The concept of internalization in Vygotsky's account of the genesis of higher mental functions*, in Wertsch (ed.), *Voices of the mind: a sociocultural approach to mediated action*. Harvard University Press, Cambridge, MA
- Zizek, S. (1991) *O mais sublime dos históricos: Hegel com Lacan*. RJ, Jorge Zahar Editor