MEC
INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS

SEMINÁRIO NOVAS PERSPECTIVAS DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO BRASIL

Águas de São Pedro/SP, 01 a 06 de maio 1994

Série Documental: Eventos, n.4, 3ª parte, maio/1994

SEMINÁRIO NOVAS PERSPECTIVAS
DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO BRASIL
Águas de São Pedro/SP, 01 a 06 maio 1994

Série Documental: Eventos, n.4, 3ª parte, maio/1994

DIRETOR
Divonzir Arthur Gusso

COORDENADORA DE PESQUISA
Margarida Maria Souza de Oliveira

COORDENADOR DE ADMINISTRAÇÁO
Luís Carlos Veloso

COORDENADOR DE AVALIAÇÃO
Orlando Pillatí

COORDENADOR DE ESTUDOS DE
POLÍTICAS PUBLICAS Tancredo
Maia Filho

GERENTE DO PROGRAMA EDITORIAL
Arsênio Canísio Becker

SUBGERENTE DE DISSEMINAÇÃO E CIRCULAÇÃO
Sueli Macêdo Silveira

GERENTE DO CENTRO DE INFORMAÇÕES
BIBLIOGRÁFICAS EM EDUCAÇÃO Gaetano
Lo Mônaco

RESPONSÁVEL EDITORIAL
Cleusa Maria Alves

EDITORAÇÃO ELETRÔNICA
Celi Rosalia Soares de Melo

APOIO GRÁFICO
Maria Madalena Argentino
Mirna Amariles Beraldo

Série Documental: Eventos, n.4

Tiragem: 100 exemplares

INEP - Gerência do Programa Editorial
Campus da UnB, Acesso Sul
Asa Norte
70910-900 - Brasília - DF
Fone: (061) 347 8970
Fax:(061) 273 3233

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DO DESPORTO - MEC INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS

SEMINÁRIO NOVAS PERSPECTIVAS DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO BRASIL

Águas de São Pedro/SP, 01 a 06 maio 1994

O evento foi organizado pela Coordenadoria de Pesquisa do INEP, juntamente com a PUC/SP, através da Diretora-Geral de Informática e Física, Tânia Campos, contando com o apoio do CNPq e CAPES. Esta publicação, com tiragem reduzida, fora das normas editoriais desta Série Documental, contém textos de expositores, sem nenhuma revisão pelo INEP.

Brasília/1994

APRESENTAÇÃO

Uma das funções institucionais do INEP consiste em prover e estimular a disseminação e discussão de conhecimentos e informações sobre educação, visando seu desenvolvimento e domínio público, através de sua produção editorial.

Com o objetivo de contribuir para a democratização de parte desses conhecimentos, de modo mais ágil e dinâmico, o INEP criou recentemente as *Séries Documentais*, com o mesmo desenho de capa: elas formam um novo canal de comunicações, diversificado quanto a público, temática e referenciação; abrangendo vários campos, elas podem alcançar, com tiragens monitoradas, segmentos de público com maior presteza e focalização; cada série poderá captar material em diferentes fontes (pesquisas em andamento ou concluídas, estudos de caso, *papers* de pequena circulação, comunicações feitas em eventos técnico-científicos, textos estrangeiros de difícil acesso, etc).

São as seguintes as séries:

1. *Antecipações* tem o objetivo de apresentar textos produzidos por pesquisadores nacionais, cuja circulação está em fase inicial nos meios acadêmicos e técnicos.
2. *Avaliação* tem o objetivo de apresentar textos e estudos produzidos pela Gerência de Avaliação.
3. *Estudo de Políticas Públicas* tem o objetivo de apresentar textos e documentos relevantes para subsidiar a formulação de políticas da Educação.
4. *Eventos* tem o objetivo publicar textos e conferências apresentados em eventos, quando não se publicam seus anais.
5. *Inovações* tem o objetivo de apresentar textos produzidos pelo Centro de Referências sobre Inovações e Experimentos Educacionais (CRIE).
6. *Relatos de Pesquisa* tem o objetivo de apresentar relatos de pesquisas financiadas pelo INEP.
7. *Traduções* tem o objetivo de apresentar traduções de textos básicos sobre Educação produzidos no exterior.

Um quadro de referência para entender-se o que e o pensamento algébrico

Romulo Campos Lins [1]

Resumo

Neste artigo apresento o plano geral e as principais conseqüências do trabalho de pesquisa que resultou na lese de PhD "A framework for understanding what algebraic thinking is." Não se trata de um artigo de pesquisa. Além disso, é um pressuposto do autor que este artigo sirva apenas de primeira apresentação da tese. cuja leitura posterior é imperativa para o interessado nos detalhes metodológicos e nas conclusões mais específicas.

Introdução

Querer resumir em dez ou quinze páginas um trabalho que apenas com muitas revisões e disciplina pude apresentar em cerca de 370 paginas, é uma tarefa impossível: não se deve esperar aqui. portanto, uma apresentação reduzida da tese completa. Neste artigo farei uma exposição abrangente, porém com poucos detalhes, do trabalho de pesquisa que é apresentado em *A framework for understanding what algebraic thinking is* (Lins, 1992). O plano central deste artigo é descrever uma abordagem metodológica, mais do que apresentar resultados específicos, que podem ser encontrados no texto acima referido; onde, no entanto, se fizer necessário para ilustrar os tipos de evidências produzidas neste estudo, resultados específicos serão brevemente citados. Considero que este artigo pode servir apenas como introdução à leitura da tese completa, sem a qual o presente texto não assume sua verdadeira função. Alerto também o leitor que este não é um "artigo de pesquisa."

Este trabalho foi desenvolvido no período entre janeiro de 1988 e junho de 1992, período em que estive no Shell Centre for Mathematical Education, sob a supervisão do Dr Alan W. Bell. Cabe observar que no sistema inglês o candidato a PhD não cumpre créditos, não tem cursos, o que cria uma interessante e desafiadora liberdade de trabalho. A destacar, em relação à infra-estrutura disponível ao pesquisador, é notável o acesso a livros e outras referências bibliográficas. Faço esta observação no sentido de ressaltar que uma tal facilidade é certamente fundamental na construção da autonomia do pesquisador: depender das referências que o supervisor possa fornecer funciona no sentido de formar um

[1] Departamento de Matemática-UNESP, Av24A. 1515, CEP 13500 Rio Claro SP

pesquisador que demora mais em se desvencilhar do papel de aluno, exatamente por favorecer que se estabeleça, na relação de supervisão, uma relação de troca e de colaboração.

Visão geral da tese: o **índice**

Visão geral da tese: a **estrutura em capítulos**

A estrutura da tese deve ser entendida da seguinte forma.

Há um primeiro capítulo onde esclareço não apenas o problema da pesquisa—o estabelecimento de uma caracterização de pensamento algébrico—. mas também ofereço a própria resposta que dou àquela questão. A decisão de adotar esta estrutura pouco usual deve-se basicamente à percepção de que a resposta que eu havia encontrado em minha pesquisa era também pouco usual. contrariando, de fato, alguns bem estabelecidos mitos relativos à álgebra e ao pensamento algébrico. Enquanto a apresentação tradicional abriria a tese com a questão de pesquisa, fechando-a com a resposta que "emergiria" como resultado do trabalho de pesquisa, tomei a decisão de forçar o leitor a interpretar o texto, desde o início, segundo a perspectiva que a resposta que eu propunha indicava. É possível argumentar que tal "indução" fere a possibilidade de uma leitura isenta, mas este é apenas um outro mito: em todos os casos o que se quer é que o leitor conclua junto com o autor, e em muitos casos a ordem canônica força muitas leituras para que o leitor possa apreciar devidamente o encadeamento de idéias apresentado. Da mesma forma que no plano geral da tese. foi necessário, no capítulo do estudo histórico, advertir o leitor de que ele deveria ser lido como um estudo bem informado sobre a produção de conhecimento matemático.

Quanto à caracterização de *pensamento algébrico* que ofereço, ela é a seguinte. Pensar algebricamente é: (i) pensar aritmeticamente; (ii) pensar internamente; e. (iii) pensar analiticamente. Cada um destes aspectos é discutido em detalhe no Capítulo 1. mas também retomados ao longo de toda a tese.

É tarefa da tese esclarecer de que modo este é apenas um—entre outros— modos de se produzir significado para a álgebra, mas também esclarecer de que modo esta caracterização de pensamento algébrico lança luz sobre aspectos importantes da atividade matemática dos alunos.

O segundo capitulo, uma revisão da literatura, foi completado apenas após a conclusão do corpo principal da tese. E para que serviria, então? Argumento que o que se apresenta da literatura relevante não deve ser um descritivo de tudo que se leu relativo ao assunto. Optei por um estudo critico que ao invés de criar u a massa intragável de informação, delineasse precisamente o terreno no qual eu estava trabalhando: como conseqüência a revisão da literatura que apresentei ficou extremamente concisa.

Os dois capítulos seguintes—o estudo histórico e o estudo experimental—formam, na verdade, um único bloco. Além das conclusões explicitamente consideradas na tese. esse duplo estudo representa um substancial esforço no sentido de refutar a tese de que a psicogênese recapitula a sociogénese do conhecimento, ou em sua forma original, de que a ontogènese recapitula a filogênese. Na tese eu discuto de que modo estas duas formulações se apresentam e como atuam na formação de crenças a respeito do desenvolvimento intelectual de indivíduos. Mostro ainda que há apenas uma forma na qual a tese da recapitulação pode ser sustentada: *é verdade tanto para "indivíduos" quanto o é para culturas matemáticas, que todo conhecimento é construído dentro de um conjunto de modos de produzir significados, modos estes que a um mesmo tempo permitem a produção de conhecimento enquanto impõe limites epistemológicos ao que pode ser este conhecimento.* Fica bastante claro que o uso de "motivação histórica" na escolha de temas ou seqüências para a sala-de-aula de Matemática não carrega *em si* nenhuma base epistemológica sólida.

O estudo histórico precede o estudo experimental, precisamente porque— como digo na tese—nos textos históricos vamos encontrar informantes muito mais competentes do que o que podemos esperar de nossos alunos: os que escreveram os textos históricos eram profissionais," de quem se esperava apresentações referenciadas nas culturas matemáticas a que pertenciam, de modo que podemos avaliar com razoável precisão em que consistia esta demanda de precisão, bem como de que forma se conduzia a justificação das afirmações feitas, e é aí que vamos nos encontrar com os mundos (epistemológicos) daqueles a quem queremos compreender. Procuro mostrar, no estudo histórico, de que modo a compreensão do conhecimento matemático de uma cultura—e, portanto, de indivíduos, já que estes são sempre *indivíduos de alguma cultura*—só se dá na medida em que investigamos os pressupostos mais amplos destas culturas. Embora reconhecendo o interesse e a importância de incluir num tal estudo temas ligados à organização social e econômica das culturas estudadas, optei por lazer um estudo mais centrado no que conservadoramente chamaríamos de aspectos epistemológicos: no caso da Matemática Islâmica a referência ao Corão é inevitável, e dado o papei constitutivo desta obra naquela cultura, foi natural que me aprofundasse um pouco nos aspectos mais amplos da organização social do Islã Medieval. Este tratamento, de evitar temporariamente as possíveis ligações entre a produção de conhecimento e os aspectos mais amplos de uma cultura, Rashed chama de fechamento epistemológico." metodologia que defende como passo intermediário antes que se possa buscar as relações mais abrangentes entre conhecimento e organização social e econômica (Rashed, 1984). Embora reconhecendo o interesse próprio desta abordagem, é preciso indicar também que qualquer aprofundamento do estudo histórico implicaria, à altura onde havia chegado, um trabalho de pesquisa sistemática que ultrapassaria em muito as possibilidades da tese então em preparação.

O estudo histórico apontou para diversos aspecto cruciais da produção de significado para a álgebra: (i) as concepções de número subjacentes à atividade algébrica, em particular a distinção entre número *ontológico* e número *simbólico:* (ii) a *aritmetização* da atividade algébrica como aspecto característico de um modo de produzir significado para a álgebra; (iii) o papel e o lugar da notação literal na atividade algébrica, em particular quando analisados estes aspectos em relação aos subjacentes modos de produção de significado; e, (iv) a imperativa necessidade de se considerar, na análise da atividade algébrica, os objetos constituídos nesta atividade, o que eqüivale dizer que é necessário investigar de que modo se constitui a lógica das operações com estes objetos.

O estudo experimental tentou seguir os passos do estudo histórico, embora eu já antevisse que as dificuldades com os "informantes—os alunos e alunas—não permitiriam evidenciar mais que indícios do quadro que queria investigar. A opção natural pareceu ser a princípio, trabalhar com entrevistas clínicas, nas quais eu poderia investigar em detalhe as concepções dos alunos. Após uma bateria de entrevistas-piloto. no entanto, ficou claro que mesmo neste ambiente os alunos tinham tremendas dificuldades em ir além de descrever o que haviam feito, tocando apenas muito rara e indiretamente nos tipos de considerações que me interessavam. Uma opção seria fazer um estudo vertical com um grupo muito reduzido de alunos, mas o contato prolongado com um mesmo sujeito se transtornaria, com toda a probabilidade, em um processo de treinamento a respeito dos tipos de justificações que me interessavam.

A decisão que tomei foi a de trabalhar com testes escritos, mas não como fonte de dados para inferência estatística. O leitor da tese vai verificar que nenhum tratamento estatístico é aplicado aos dados tabulados, exatamente porque deles não se espera mais que indícios que a leitura dos scripts vai informar melhor. Os dados tabulados deram indício, por exemplo, de que os alunos das 7as. séries brasileiras tinham uma performance mais flexível em um dado grupo de problemas que as Sas. séries brasileiras (escolha mais variada de estratégias), o que nos levou a examinar os scripts correspondentes com particular interesse no modo pelo qual os alunos das 7as. séries constituíam os objetos com os quais trabalhavam nos problemas: a conclusão foi de que os alunos das 7as. séries moviam-se progressivamente para estratégias mais "algébricas" (o uso de equações, neste caso) apenas na medida em que outros modos de produzir significado—por exemplo, todo e parte—não podiam ser usados. Houve casos de alunos das 8as. séries resolvendo, com equações. problemas equivalentes ao de calcular o troco numa compra simples, o que deixa a indicação de que o ensino pelo qual haviam passado e estavam passando havia tido o perverso efeito de substituir o processo de dar significado pelo processo de responder padronizadamente ao estímulo "problema.'

O estudo experimental exploratório, no entanto, indicou que havia um problema fundamental com o uso de testes escritos, já que na falta de explicações mais precisas dos alunos—as justificações para o que haviam feito—ficava difícil ir além da mais vaga especulação a respeito da constituição dos objetos sendo manipulados: em particular, eram problemáticas as soluções em que os alunos apresentavam apenas as contas. Embora em todos os problemas propostos incluíssemos a advertência de que uma "explicação" deveria ser oferecida, constatei que a própria noção de "explicação" parece, para os alunos em geral, referir-se mais a uma descrição dos passos tomados do que a oferecer justificações para estes passos.

Para contornar estas dificuldades da melhor maneira, desenvolvi uma alternativa metodológica, na qual as "unidades de atividade" seriam grupos de problemas, e não problemas isolados. A característica dos grupos de problemas é que em cada um deles temos problemas com a mesma "estrutura algébrica", mas apresentados em contextos diferentes, com parâmetros numéricos diferentes ou com grau de complexidade diferentes. Apresento mais abaixo os problemas de um dos grupos. *Ticket e Dirigindo,* que é analisado na seção 4.2 da tese.

A apresentação dos problemas foi feita em seis baterias. Cada aluno envolvido resolvia, em dias separados, duas destas baterias, que foram elaboradas de modo que cada aluno recebeu, por exemplo, Ticket 4 e Dirigindo 2,7, ou Ticket 2,7 e Dirigindo 4. Cada bateria tem cinco ou seis problemas, e os alunos poderiam usar calculadoras—onde fossem disponíveis—, ou apenas indicar as contas que queria fazer, ou ainda usar aproximações. Os problemas foram apresentados a alunos ingleses e brasileiros de 7a. e 8a. séries, ou equivalente:cada problema foi resolvido por aproximadamente o mesmo número de alunos de cada série em cada país.Ticket 4: Sam e George compraram tickets para um show de música.

Como Sam queria um lugar melhor, seu ticket custou quatro vezes mais que o de George.

Juntos eles gastaram 74 libras nos tickets.

Quanto custou cada ticket?

(explique como você resolveu o problema e por que resolveu deste jeito)

Ticket 2.7: Sam e George compraram tickets para um show de música.

Como Sam queria um lugar melhor, seu ticket custou 2.7 vezes mais que o de George.

Juntos eles gastaram 74 libras nos tickets.

Quanto custou cada ticket?

(explique como você resolveu o problema e por que resolveu deste jeito) Dirigindo 4: O Sr Sweetman e sua família devem viajar 261 milhas para ir de

Londres a Leeds.

A certa altura eles decidem parar para o almoço.

Depois do almoço eles ainda têm que viajar quatro vezes mais do que já viajaram.

Quanto eles viajaram antes do almoço? E depois do almoço?

(explique como você resolveu o problema e por que resolveu deste jeito) Dirigindo 2,7: O Sr Sweetman e sua família devem viajar 261 milhas para ir de

Londres a Leeds.

A certa altura eles decidem parar para o almoço.

Depois do almoço eles ainda têm que viajar 2,7 vezes mais do que já viajaram.

Quanto eles viajaram antes do almoço? E depois do almoço?

(explique como você resolveu o problema e por que resolveu deste jeito) _______ *Problemas do grupo Ticket e Dirigindo*

Esta minha escolha metodológica fundamenta-se na noção de *campo semântico*, um instrumento teórico que desenvolvi como parte de um modelo epistemológico que permita a compreensão de certos aspectos cio processo de produção de significado em Matemática. Não vou, aqui. aprofundar a discussão do modelo, em particular porque esta discussão também não é feita na tese: o leitor encontrará esta discussão nos artigos indicados ao final deste texto.- O ponto básico em um grupo de problemas é poder estudar em que medida certas características dos problemas propostos interferem no processo de constituição de objetos, isto é. no processo de solução, e inferir daí prováveis características dos modos de produzir significado sendo empregados..

No grupo *Ticket e Dirigindo,* por exemplo, o uso do multiplicador 2.7 tornou bastante difícil—muito improvável, poderíamos dizer—a interpretação dentro de um *campo semântico de todo e partes,* que apareceu em quase todas as soluções informadas.[3] Notável é o fato de que nos problemas 2.7 em que se tentou uma "conta." esta era. na maioria das vezes. 74÷2,7 (261÷2,7), enquanto que nos problemas 4 as soluções apenas com conta eram invariavelmente feitas por 74÷5 (261÷5). O que isto indica é que o emprego do ticket mais barato (trecho mais curto) como unidade não foi feito, isto é, *este objeto não foi constituído.* Este resultado parece também fornecer um elo importante com modelos e resultados de pesquisa que lidaram com a escolha de operações aritméticas na solução de problemas, já que na ausência de um modelo não-numérico e de um modelo algébrico (equação), na ausência de objetos que podem ser manipulados no global do problema, os alunos optaram por dividir os números envolvidos; em particular neste caso. parece que prevalece a noção de que "divisão fez diminuir," junto com a percepção de cada uma das partes resultantes—cada um dos tickets ou cada um dos trechos—deve ser menor que o total.

A análise das soluções oferecidas foi feita com a utilização de categorias bastante standard: solução algébrica correta (uso de equação), solução não-algébrica correta (sem uso de equação), solução algébrica incorreta, solução não-algébrica incorreta, e outros tipos de solução. Em diferentes grupos há variações nas categorias, mas esta é sua forma básica. Estas categorias certamente não refletem o tipo de distinções que eu queria levantar na investigação, mas elas foram adotadas com o fim de oferecer ao leitor uma referência mais confortável. A análise

principal motivo para que a discussão mais completa do modelo não apareça na tese foi a absoluta falta de tempo para prepará-la devidamente. O leitor da tese, em particular o que também consultar os artigos indicados ao final deste texto, vai poder perceber que a coerência global do trabalho de pesquisa é garantida exatamente pelas premissas do modelo, em particular pela noção de que diferentes modos de pensar correspondem a operar dentro de diferentes *campos semânticos.*

[3] Por "solução informada" indico aquelas em que algum tipo de explicação ou referência clara aos objetos constituídos é feita, como, por exemplo, diagramas.

segundo estas categorias e constantemente complementada pela analise dos scripts. que é feita segundo características dos problemas e das soluções.

Para fechar este comentário sobre a estrutura global da tese. cito diretamente a seção 4.7, das conclusões ao Capítulo 4. do estudo experimental:

> "O principal resultado do estudo experimental foi confirmar que há diferentes modelos subjacentes às soluções dos alunos. Além disso, mostrou também que nossa distinção entre soluções algébricas e não algébricas, baseada em nossa caracterização de pensamento algébrico, oferece um quadro de referência claro e útil para distinguir e caracterizar estas soluções.
>
> Do ponto de vista da metodologia adotada—o uso de grupos de problemas ao invés de problemas isolados—esta escolha mostrou-se correta e útil, já que muitos aspectos dos modelos adotados podiam apenas ser compreendidos através da comparação de sua utilização em problemas com diferentes contextos e diferentes parâmetros numéricos. A decisão de não usar entrevistas significou que não pudemos investigar em profundidade alguns aspectos na base destes modelos, mas. por outro lado. reassegurou-nos de que é de fato possível entender, através do exame do trabalho escrito dos alunos, muito destes modelos subjacentes, uma característica importante da metodologia, tanto por causa da possibilidade de conduzir o estudo com um número maior de alunos, quanto para o professor, que via-de-regra não tem o tempo necessário para acompanhar a discussões dos alunos tão de perto quanto gostaria.
>
> Para os alunos, o aspecto mais problemático apareceu com os alunos que não eram capazes de lidar algebricamente com problemas do tipo número secreto,' já que a tarefa de interpretar estes problemas em modelos não-algébricos mostrou-se impossível de ser realizada, ou no mínimo muito difícil. O fato de que a maioria dos alunos pode lidar com as versões contextualizadas dos problemas de 'número secreto,' levou-nos a concluir que há duas fontes prováveis de dificuldades no caso de problemas de número secreto': (i) dificuldades em interpretar os elementos de uma expressão aritmética em termos de outros modelos: em particular no caso dos modelos de todo e parte, expressões do tipo $ax+b=c$ e $b+ax=c$ eram mais fáceis de inerpretar que expressões do tipo $b-ax=c$. Sugerimos que a razão para isto é que as primeiras fornecem uma representação

muito mais direta de um todo e suas partes, enquanto que no caso da última os elementos têm que ser separadamente identificados, e a articulação todo-parte constituída: e. (ii) esta dificuldade é ressaltada pelo fato de que a noção geral de um modelo todo-parte parece, em grande medida, não pertencer ao conjunto do que os alunos vêem como um conhecimento aplicável àquele tipo de problema: como conseqüência, produzir significado para os problemas de número secreto descontextualizados implica, em cada caso. procurar uma interpretação adequada, possivelmente em termos de um outro problema com uma estória, possivelmente em termos de experiência com contas.

Um outro aspecto relevante que pudemos identificar, foi o uso de indicadores' (pointers), na manipulação dos modelos não-algébricos, por exemplo o fato de que não se deve somar um peso com um comprimento, ou que uma balança estará equilibrada apenas se pesos iguais são postos de cada lado. Como já indicamos, mas queremos enfatizar, este aspecto sugere que o uso de modelos não-algébricos para facilitar a aprendizagem de aspectos específicos da álgebra—usar, por exemplo, balanças—deve ser examinado cuidadosamente, para se evitar a associação dos procedimentos aprendidos com aqueles indicadores, uma associação que pode, e provavelmente vai, constituir um enorme obstáculo para o desenvolvimento de um modo algébrico de pensar, particularmente no caso do uso de modelos concretos.'

De um ponto de vista mais geral, ficou claro que a noção central sendo examinada em nosso estudo é a noção de *significado.* Neste sentido, a distinção que utilizamos entre *elementos* do problema e *objetos* do modelo mostrou-se muito útil em ressaltar a escolha e interpretação dos *elementos* dos problemas que estavam envolvidos no processo de estabelecer e manipular um modelo.

Os modelos não-algébricos que identificamos nos scripts quase sempre envolveram uma subjacente articulação todo-parte. Manipulação hipotética do contexto e modelos geométricos apareceram apenas em uns poucos scripts.

O modelo da máquina estado operador (máquina de função), que apareceu apenas no grupo *Padrão...* de problemas, representa um caso especial, já que é nitidamente um modelo numérico mas não algébrico, pois lhe falta *analiticidade.* O fato de que foi usado por tantos alunos sugere que operar num ambiente puramente numérico.

e usar operações aritméticas como *objetos*, isto e. manipular um modelo informado por elas. não está além da capacidade daqueles alunos, o que oferece suporte para nossa afirmações de que o desenvolvimento de um modo algébrico de pensar deve ser entendido como um processo de imersão cultural, a partir da qual o desenvolvimento de uma intenção é produzido, e que este processo é bastante dependente da exposição àquele modo de pensar. O fato de que entre alunos brasileiros nós pudemos identificar muitos mais exemplos de modelos algébricos que entre alunos ingleses, também apoia esta posição, dada as distintas ênfases no ensino da álgebra— muito maior no Brasil—nas séries em questão." (pp 323-325)

Direções em que o trabalho de pesquisa apontou

Uma fundamental conseqüência do trabalho de pesquisa foi indicar a necessidade de uma profunda reconceitualização do ensino da álgebra, e no centro desta reconceitualização está a discussão do papel da utilização de modelos não-algébricos—balança, áreas, reta numérica, por exemplo. Até aqui estes modelos têm sido usados como forma facilitadora do aprendizado, mas *do aprendizado de que?* Uma vez que não se trata apenas de memorizar frases, somos levados a concluir—de maneira um tanto óbvia—que o que se aprende são uma *álgebra da balança*, uma *álgebra das áreas*, uma *álgebra dos segmentos*. Ora. é a tarefa maior da tese mostrar exatamente que a cada uma destas álgebras correspondem diferentes modos de produzir significado, diferentes modos de constituir objetos; como resultado, a tentativa de facilitar a vida do aluno (ou será a do professor e do autor de livros didáticos?) termina por exigir dos alunos que vejam como semanticamente ligados procedimentos que foram constituídos como semanticamente isolados.

O que meu trabalho de pesquisa sugere é que é preciso que, na sala-de-aula os diferentes modos de se produzir significados sejam explicitados, que se tornem objeto de atenção pelos alunos. O crucial, aqui. é que esta recomendação se choca frontalmente com o que tem sido tradicionalmente adotado, que é esconder os saltos entre diferentes *campos semânticos* e confiar numa passagem suave" entre, por exemplo, uma *álgebra da balança* e uma *álgebra algébrica.* A posição epistemológica que suporta esta posição didática caracteriza-se por duas premissas principais: (i) que a cognição é um processo descontextualizado, mesmo que se admita que ela acontece, "é óbvio," em "contextos"; e, (ii) que *conhecimento* é algo do domínio do enunciado, do texto, e não da enunciação, isto é, que *conhecimento* não tem sujeito. embora, curiosamente, esta posição freqüentemente se associe a outra, a de que "o indivíduo constrói seu próprio conhecimento."

Juntas, estas duas posições garantem que é legítimo supor que se um aluno aprende a fazer produto de binômios com áreas." e por haver transcrito isso em letras, isto . esta transcrição, constitui-se em *conhecimento do aluno*, e naturalmente. é legítimo supor que os procedimentos desenvolvidos possam *ser falados* com relação ao produto de quaisquer duas expressões literais. O trabalho de pesquisa relatado na tese indica de que forma esta posição é equivocada.

Em Lins (no prelo) eu apresento uma abordagem de sala-de-aula na qual estas considerações são contempladas. Temos também, em andamento, um projeto de pesquisa e desenvolvimento em ensino-aprendizagem de álgebra, em colaboração com uma equipe do Instituto de Educação da Universidade de Londres; este e um projeto que parte dos resultados da tese e de resultados similares obtidos por Rosamund Sutherland. trabalhando com planilha de cálculo em computadores.

Ligado à necessidade de reconceitualizar o ensino da álgebra, vamos nos defrontar com o problema de fazer com que esta reconceitualização atinja a sala-de-aula sem que tenha antes se transformado em cosmético das abordagens até aqui disponíveis. Neste aspecto a mudança de perspectiva que meu trabalho sugere enfrenta um foco de "resistência," a crença de que que há essências, muitas delas agrupadas sob o título de realidade, e que estas essências são essencialmente acessíveis. Entra aqui o realismo enquanto posição filosófica, mas também. enquanto senso-comum; entram aqui todas as buscas de "origens," em particular as que desde o início se fazem dirigir por uma teleologia obssessiva, como é o caso dos que insistem em ver em Euclides uma álgebra geométrica, mas se recusam a ver Euclides em Platão e Aristóteles porque a cronologia não combina. Enfrentar este essêncialismo não é tarefe simples.

Por fim, a indicação de maior importância que o trabalho de pesquisa indicou, é que a noção de *campos semânticos* deveria ser aplicada a áreas outras que a álgebra. Temos até aqui aplicações à epistemologia do cálculo e primeiras aproximações ao caso das frações. Acredito que outras aplicações do modelo epistemológico dos *campos semânticos* devam abrir uma rica linha de pesquisa nas relações entre cognição, epistemologia e Educação Matemática, cada uma delas entendida como aspectos da produção incessante de culturas.

Referências Bibliográficas: Lins, R.C. (1992) *A framework for understanding what algebraic thinking is,* PhD
Thesis, University of Nottingham. Inglaterra (cópias disponíveis do autor, ao preço
do xerox e custo de postagem)

------ . (no prelo) *Eliciting the meanings for algebra produced by stucients: knowledge.*
justification and semantic fields. Anais do PME XVIII. Lisboa

Rashed. R. (1984) *Entre Arithmétique et Algèbre: <u>recherches</u> sur l'histoire des mathématiques arabes.* Société d'Editions Les Belles Lettres. Paris

Outros artigos do autor, de interesse relacionado à tese

(no prelo) *Álgebra e pensamento algébrico na sala-de-aula. A* Educação Matemática em Revista (Soc Bras de Educ Matem), nº 2

(no prelo) *O Modelo Teórico dos Campos Semânticos: uma análise epistemológica não-essencialista da álgebra e do pensamento algébrico.* Revista Dínamis (FURB)

(1993) *Epistemologia. História e Educação Matemática: tomando mais sólidas as bases da pesquisa.* Revista da SBEM-SP. nº 1

(1993) *Understanding what algebraic thinking is: analysis and Synthesis.* Cadernos do PME Working Group on Algebraic Processes and Structure. Tsukuba. Japão

(1992) *Algebraic and Non-algebraic Álgebra.* Anais do PME XVII. Durham. USA

(1991) *On algebraic thinking.* Caderno do PME Working Group on Algebraic Processes and Structure, Assisi, Itália

(1990) *A framework for understanding what algebraic thinking is.* Anais do PME XVI, Oaxtepec, México

(1988) *The process of symbolising and the learning of mathematics.* Anais da Day Conference da British Society for Research into the Learning of Mathematics. Nottingham. Inglaterra

BRASIL
UNIÃO DE TODOS

Campus da UnB – Acesso Sul – Asa Norte – 70910 – Brasília – DF
Tel.: (061) 347-8970 Fax: (061) 273-3233