3 BOLEMA

BOLETIM DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - ANO 9 - ESPECIAL 3 - 1994

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"Julio de Mesquita Filho"
UNESP - RIO CLARO

CONTEÚDO

ISBN 978-85-89082-23-5

Epistemologia e Matemática[1][2]

Romulo Campos Lins[3]

Breve nota

Este texto é, assim como o foi minha apresentação no Ciclo Temático Representação do Conhecimento ou Conhecimento da Representação? uma tentativa de delinear horizontes e propor questões. Não se deve esperar que nele sejam fechados todos os caminhos abertos; se não incluo neste volume as próprias notas que fiz para aquela ocasião, é porque são concisas demais e lhes falta uma indicação precisa da bibliografia mencionada.

Este texto ficará, naturalmente, pleno de vazios; é em sua leitura no conjunto de todos os textos deste ciclo que ele servirá a seu propósito.

As palavras

> De todas as coisas que podem ser ditas características dos seres humanos, parece-me que as palavras se destacam. Tanto na comunicação interpessoal, quanto na comunicação intrapessoal, o papel dos signos, mas em particular das palavras, não é segundo para nenhuma outra invenção dos homens (Vygotsky, 1984).

E de que forma palavras participam de nosso modo humano de ser? Não só em permitir a comunicação, o que é certo: é com palavras que se constrói o próprio recorte que identificamos como o mundo, o real.

Eu digo que minha língua é minha pátria. É na língua que eu vivo, é dela que falo, é a ela que respondo. A cada momento a língua limita o que eu posso dizer, tanto quanto é o universo dentro do qual posso criar. (Carroll, 1987; Pinxten, não datado) A língua oferece categorias a cada instante inescapáveis. Mas nem tão inescapáveis, pois ela se transforma.

Dizer que existe o que não pode ser dito leva a alguns problemas: basta tentar falar de algo para o que não se tem nome. Mas e preciso ir além dessa formulação

---

[1] Digitalizado por Gustavo Barbosa e Paulo Roberto Vargas Neves.
[2] Apresentado em 9 de Março de 1993
[3] Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, UNESP-Rio Claro

simples -de que o que existe é o que tem nome- para que se possa apreciar de fato a tese que apresento, Não se trata de, dizer que não exista uma realidade última: trata-se, sim, de descartar esta questão como inútil, pois mesmo as abordagens epistemológicas, que postulam a existência de uma realidade, última, concordam que ela seria inacessível em sua constituição absoluta. Apresentada do ponto de vista de quem fala -nós, humanos - a visão de um mundo de coisas sem nomes é bem mais que fantasmagórica: é uma verdadeira vertigem, vertigem esta que só é suspensa quando falamos.

Slavoj Zizek aborda este problema de forma bastante precisa, buscando elementos em Hegel e em Lacan (Zizek, 1991a & b). A partir do famoso paradoxo da corrida entre Aquiles e a tartaruga, Zizek ilumina a relação entre o suposto objeto-em-si e a linguagem:

> "Como não reconhecer,, nesta relação paradoxal do sujeito [Aquiles] com o objeto [a tartaruga], a cena do famoso sonho em que nos aproximamos incessantemente do objeto que, não obstante, guarda, distância? Como já sublinhou Lacan, o objeto é inacessível, não porque Aquiles não possa adiantar-se à tartaruga (ele bem pode ultrapassá-la e deixá-la para trás), mas porque não pode unir-se a ela" (Zizek, 1991a, pp. 25).

Se o objeto-em-si insiste em nos escapar, de que forma é construído o que tem permanência? Simplesmente pela enunciação de um nome, enunciação cujo primeiro efeito é cessar a corrida vertiginosa atrás daquilo a que não nos podemos unir, e cujo segundo e último efeito ´r fazer com que estejamos irremediavelmente perdidos do objeto-em-si e irremediavelmente unidos ao objeto-palavra, já que, sendo eu quem fala, não é possível desvencilhar-me do que falo.

Como resultado, e a partir da fala que falamos, e não a partir de objetos-em-si, e esta é a tese que identifica de que modo mundos são constituídos na linguagem.

Matemática & Conhecimento Matemático

Dentro deste quadro, como entender o que chamamos de "Matemática? Proponho que aceitemos que "o que eé Matemática" é delimitado apenas em sua extensão: Matemática e o que se diz que é Matemática. Esta minha resposta é absolutamente análoga a que naturalmente daríamos à questão "o que é arte".

Com relação à história da Matemática, esta resposta é satisfatória, posto ser claro que em diferentes épocas e diferentes culturas matemáticas a extensão da Matemática varia -estica, encolhe, inexiste. Do ponto de vista da educação matemática, esta resposta também é, de imediato, pelo menos parcialmente satisfatória, já que e no recinto fechado das horas em que -na escola - acontece "a aula de Matemática", que o professor dispõe ou negocia o que deve ser chamado de "matemática"[4]. O Modern Algebra de van der Waerden ajuda a delimitar o que é "Álgebra"; os livros didáticos são os grandes delimitadores daquilo que alunos dizem que é "Matemática".

O estabelecimento da Matemática como profissão, no entanto, exigiria mais que isso; a chamada Matemática Moderna caracteriza-se pela exclusão do "concreto" de seus domínios. Esse resíduo, o "abstrato", é dito simbólico, semanticamente vazio[5]. E esse simbólico pode ser entendido como em Klein (1968), opondo-se ao ontológico, ou como em Novy (1973), representando a exclusão do extra-sistêmico. Mas é claro que algum significado para a Matemática é produzido pelos matemáticos, ou seria o caso literalmente- de ela não existir para eles. Para o matemático, Matemática é a Matemática justificada dentro de certos modos de produzir significados que são, naturalmente, simbólicos. E apenas estes modos de produzir significados são aceitos. E, também naturalmente, já que se podem produzir justificações de um único modo, estas justificações são incorporadas ao texto da Matemática, Neste novo texto encontramos, agora, tanto as crenças-afirmações quanto as justificações (Lins, 1993, 1994a), num processo de excepcional, força epistemológica, pois, ao eliminar a necessidade da enunciação, elimina também o sujeito do conhecimento (Lins, 1994b).

Resta, no entanto, o fato de que há falantes de Matemática que não os matemáticos: crianças e feirantes, por exemplo. Como ficam eles? Será que o "2 + 2" deles não é Matemática, apesar de também dar "4"? Na Grécia Antiga a resposta foi delimitar dois domínios de saber, a Aritmética -um saber teórico tratado, por exemplo, por Euclides e Diofanto-, e a Logística -conjunto de saberes práticos usados por mercadores e outros profissionais[6] (Heath, 1981; Lins, 1992). Lá, a delimitação era feita tendo em vista tanto o horizonte mais amplo dos

[4]É preciso dizer "parcialmente" aqui, uma vez que a sala-de-aula certamente não é o lugar único da educação matemática.
[5]Hans Freudenthal, em seu Didactical Phenomenology of Mathematical Structures, prefere dizer -ali a respeito da álgebra-, semanticamente fraca.
[6] A logística grega compreendia, por exemplo, cálculo com medidas ,e dinheiro.

pressupostos da filosofia, quanto o horizonte da estrutura de poder, duas vertentes completamente imbricadas uma na outra. .

Mas a Matemática dos matemáticos não inventa para si todo um conjunto novo de coisas sobre as quais falar: ela apropria-se de crenças-afirmações que já eram enunciadas por outros, por exemplo, “2 + 2 = 4". E, naquele processo de fundir crenças-afirmações com as justificações produzidas dentro de um único modo de produzir significado, a Matemática dos matemáticos termina por outorgar a si própria, a função de depositária dos frutos do progresso, visto como a acumulação de textos, com a implicação natural, neste contexto, de que quem não fala como ela é porque não atingiu o suficiente grau de desenvolvimento. Estabelece-se uma "diferença de potencial" que supostamente justifica a posição de que ensinar Matemática é mostrar Matemática, com a possível concessão de que explicações podem ser necessárias[7].

O conceito da Etnomatemática, como entendo a formulação feita por Ubiratan D'Ambrosio (1987), vem exatamente desafiar este monopólio; o que é central na Etnomatemática é o fato de que todo conhecimento é produzido dentro de uma cultura, e que culturas são modos de produzir significado, modos de constituir o real, e o conhecimento matemático é apenas um caso particular do processo de produção de, conhecimento. A Matemática dos matemáticos não é exceção, e não deve ser tratada como tal, sob o risco de eliminarmos exatamente a possibilidade de opor-se ao monopólio que citamos mais acima. Por vezes, a Matemática dos matemáticos é apresentada como culturalmente alienada, e a ela opõe-se uma "Matemática viva", com raízes "na cultura". Ora, será que matemáticos não existem também apenas dentro de culturas? Será que seus modos de produzir significado não constituem culturas e práticas? Bachelard é bastante menos ingênuo quando diz que

> "Designamos uma cidade de físicos ou uma cidade de matemáticos como formadas em torno de um pensamento provido de garantias apodíticas. Existem, doravante, núcleos de apoditicidade na ciência física ou na ciência química [...] Que grande acordo tácito reina na cidade física! Como dela são afastados os sonhadores impenitentes que querem "teorizar" longe dos métodos matemáticos!" (Bachelard, não datado, p115 e p120).

A metáfora é suficiente para indicar que se trata de comunidades que participam de certos modos de produzir significado. Para a epistemologia, este é um fato relevante,

[7] Lembremos, que, na língua espanhola, o verbo enseñar diz tanto "ensinar" quanto “mostrar".

pois nos leva a necessidade de investigar quais são estes modos e de que forma diferem -se diferem- dos modos de produzir significado para a Matemática (para o texto "Matemática") em que operam os leigos, por exemplo, a criança e o feirante. A Etnomatemática oferece uma perspectiva segundo a qual a produção de significado para a Matemática, seja por matemáticos ou por leigos, é vista como atividade característica de uma cultura; produz, assim, um primeiro e necessário nivelamento no enfrentamento político da monopolização de um saber.

Existe, mesmo assim, o risco de se interpretar de forma insatisfatória o que a Etnomatemática postula. E possível entender, segundo uma certa visão de Etnomatemática, que, havendo uma única "Matemática", esta é utilizada e expressa de forma diferente por diferentes culturas, já que ela "emergiria" em práticas diferentes; o nivelamento ocorreria, neste caso, a partir do "fato" de que os leigos também têm "acesso" a Matemática, embora esta se apresente de forma diferenciada em relação à Matemática dos matemáticos. Esta vertente está manifesta na noção de que, se simetrias aparecem na fabricação de cestos, ali encontramos "Matemática congelada" -para mencionar uma expressão empregada por Paulus Gerdes-, noção esta que, embora sirva estrategicamente para colocar em relevo o fato de que as culturas brancas ocidentais não são as únicas a produzir conhecimento -com o que se recupera, ao menos em parte, a auto-estima de populações culturalmente subjugadas-, não pode ser adequada, pois termina precisamente por submeter a apreciação dos conhecimentos produzidos em tais culturas a partir de um texto, a Matemática, que está organizado em torno de categorias próprias das culturas brancas ocidentais[8]. Se dizemos que os povos não-brancos, não-ocidentais também sabem ou sabiam Matemática, isto implica que em algum aspecto ela é a mesma Matemática que aquela dos matemáticos, e a esta altura fica impossível mostrar que a matemática dos matemáticos não é estritamente superior a dos não-matemáticos, já que aquela trata de tudo de que esta trata e de muitas outras coisas.

As razões para que se produza o entendimento criticado no parágrafo anterior

[8] Certa vez questionei Guerdes a respeito da seguinte situação. Em um trabalho feito por ele a partir dos sona, desenhos da população quioca, de Angola, o valor simbólico dos desenhos é substituído por uma investigação matemática dos padrões ali encontrados (Gerdes, 1990). O que se pode questionar ali é se esta intervenção não atua no sentido de destruir a própria cultura que se quer valorizar. A resposta de Guerdes foi que, embora isto seja verdade, o que se quer atingir é mais a preservação dos quiocos enquanto pessoas, já que no contato com os brancos estão constantemente ameaçados pela dominação e pela exploração, e menos a preservação da cultura intacta; trata-se de uma decisão política de extrema importância, e que depende de se ter clareza do fato que a intervenção produz um forte processo de interculturação. (cf. Bishop, 1988).

são encontradas em uma insuficiente base epistemológica na formulação de Etnomatemática feita daquela forma. Do ponto de vista da epistemologia, não é suficiente simplesmente afirmar que as Etnomatemáticas são diferentes da Matemática acadêmica, e preciso dizer como elas são diferentes: pode-se dizer que esta é formalizada, e aquelas, não; que esta é abstrata, e aquelas, concretas (com evidentes implicações para sua aplicabilidade); que esta é essencialmente escrita e que aquelas são essencialmente orais. Tudo isto e meramente descritivo, e, mais; uma descrição feita exatamente a partir de categorias que são constitutivas da Matemática acadêmica. O que falta, aqui, e estabelecer com mais precisão e adequação a que se referem identidade e diferença quando falamos de "Etnomatemáticas" e de "Matemática acadêmica".

Esta falta de clareza epistemológica não se desfaz, como já indicamos, através de uma distinção que apresente, de um lado, uma Matemática acadêmica fria, e de outro as Etnomatemáticas óbvias. Além de apoiar-se em uma inadequada metáfora que inclui noções como "envolvimento" e "emoção", esta caracterização é gerada a partir de uma confusão entre Matemática como *texto* a partir do qual se fala - e quem fala pode ser o matemático profissional, a criança ou o pedreiro, tanto faz - e o *conhecimento matemático,* enunciado a partir de um tal texto; e na enunciação, e apenas nela, que a diferença fica estabelecida. Do ponto de vista da epistemologia, é um serio descuido não estabelecer claramente se diferenças e concorrências são examinadas em relação ao texto; ou a fala, e um descuido que indica um insuficiente exame da existência de um sujeito de qualquer conhecimento,

As conseqüências de um suporte epistemológico inadequado são visíveis: com base em que argumentar que é importante trabalhar com atividades presentes no cotidiano das pessoas? Aplicar o argumento da "motivação", do "interesse", indicaria ingenuidade: não se pode afirmar que o "interesse" das pessoas esteja dirigido a manter um confinamento dentro das fronteiras de seu cotidiano. Borba (1987), descrevendo o processo de escolha de temas a serem trabalhados por um grupo de crianças, observa que, dada uma suficiente liberdade de escolha, as crianças sugeriram temas que escapavam bastante ao "cotidiano" de suas atividades[9]. O próprio conceito de cotidiano, baseado em uma noção de espaço que é geográfica, e insuficiente.

[9] "Ao contrário do que pensei anteriormente, nenhum deles escolheu como temas suas brincadeiras com bola de gude, pipa... Não escolheram também temas relacionados com as origens das famílias com o medidor d'água, com os trabalhos que fazem, com o folclore..." (Borba, 1987, p75)

Para colocar de forma sólida a noção de Etnomatemática, proponho que iniciemos por tomar algumas posições.

Primeiro, todo conhecimento é etno, no sentido preciso de que todo conhecimento é produzido dentro de culturas; o conhecimento matemático dos matemáticos não pode, do ponto de vista da epistemologia, ter status distinto daquele que tem o conhecimento matemático do pedreiro ou das crianças.

Segundo, para podermos entender em que o conhecimento matemático dos matemáticos é diferente do conhecimento matemático do pedreiro e das crianças, é preciso estabelecer que a Matemática é um texto, e não conhecimento; e apenas quando este texto, a Matemática, é enunciado, que ha produção de conhecimento.

Terceiro, que a partir de um mesmo texto é possível enunciar conhecimentos que são diferentes; a enunciação de um texto é feita na medida em que se acredita nele e se tem uma justificação para esta crença. É nas justificações que a diferença ocorre quando examinamos conhecimentos enunciados a partir do mesmo texto.

Um exemplo: "2 + 2 = 4" é um texto. Ele pode ser afirmado por uma criança de cinco anos que nele acredita, e a justificação que ela apresenta e mostrar que dois dedos postos juntos com dois dedos resultam em quatro dedos. O matemático afirma o mesmo texto, mas eventualmente vai ter uma justificação que produz significado para aquele texto dentro do campo semântico de uma teoria dos conjuntos. E digo eventualmente porque é perfeitamente possível que o matemático também ofereça uma justificação mostrando os dedos: depende de para quem ele está falando. Dois conhecimentos distintos são ai produzidos a partir de um mesmo texto.

Podemos tirar da Álgebra um outro exemplo. Tomemos a equação 3x + 10 = 100. Como produzir significado para este texto? Por exemplo, dentro de um campo semântico de uma balança de dois pratos: de um lado três pacotes iguais e um peso de l0 quilos, e de outro um peso de 100 quilos. Ou dentro de um campo semântico, de todo e partes: um todo de valor 100 é composto de três partes de valor desconhecido e uma parte de 10. E há outras formas de produzir significado para aquela equação, aquele texto. E, em relação àquela equação, vamos talvez afirmar que "podemos tirar 10 de cada lado", e, dependendo do campo semântico em que estamos operando, isto é, dependendo de que forma foi produzido significado para o texto inicial -a equação "3x + 10 = 100"- iremos produzir para este novo texto diferentes significados. Não me

ISBN 978-85-89082-23-5

estenderei neste exemplo, que é bem mais explorado em outros artigos meus (veja, por exemplo, Lins, 1993, 1994a).

O que quero dizer de central é isto: tratar conhecimento como conhecimento de essências é insuficiente, pois não responde adequadamente ao problema de distinguir conhecimentos produzidos a partir de mesmos textos, mas dentro de culturas distintas. Conhecimento é sempre a enunciação de uma crença-afirmação para a qual tenho uma justificação. E esses modos de produzir justificações, esses modos de produzir significado, a eles chamo de Campos Semânticos.

"Falamos sempre dentro de e para Campos Semânticos. E o que é distinto entre o conhecimento matemático do pedreiro e o conhecimento matemático dos matemáticos **e** que eles são produzidos dentro de Campos Semânticos distintos, isto é, a enunciação daqueles conhecimentos produz objetos diferentes, ainda que se esteja falando a partir de um mesmo texto.

E que conseqüências tem esta formulação de conhecimento e de significado, em particular para a Educação Matemática? Fundamentalmente, ela denuncia a farsa que se estabelece quando há uma tentativa de "facilitar" a aprendizagem: o uso de balanças, áreas e máquinas de função por exemplo, não pode mais ser feito sem que se reconheça que em cada caso Campos Semânticos distintos são gerados, e que conhecimentos produzidos dentro de cada um deles são orgânicos, não e possível separar as crenças-afirmações das justificações que com elas constituem conhecimentos. Isto implica que não é mais aceitável sujeitar os alunos a um processo em que se desliza implícita e sorrateiramente entre Campos Semânticos.

Vou repetir aqui um exemplo que já usei outras vezes: para o texto "3x + 10 = 100", produzo significado dentro de um Campo Semântico de uma balança de dois pratos, e a partir dai sou capaz de produzir significado para um outro texto "posso tirar o mesmo, 10, por exemplo, dos dois lados". Agora considero um terceiro texto, "3x + 100 = 10"; aquele conhecimento "posso tirar o mesmo dos dois lados porque funciona como uma balança", já não pode ser enunciado, simplesmente porque não e possível produzir significado para o texto "o que a tentativa de "facilitação" parece sempre objetivar é que, uma vez produzido significado para um texto, não importa dentro de qual Campo Semântico, que aquele texto tenha para sempre significado, não importa a que objeto constituído este dentro de um Campo Semântico qualquer, o texto esteja se referindo.

Ora, o que é verdadeiramente paradoxal é que as abordagens facilitadoras se justificam, dizendo que a matemática precisa ter significado para os alunos, e que a ausência de significado na matemática acadêmica e que é a fonte de tanto fracasso. E o paradoxo está no fato de que significado é a primeira noção verdadeiramente abandonada no trajeto dos projetos facilitadores, ficando apenas o resíduo dos textos. Outra vez, claro está que este processo é resultado de insuficiente base epistemológica que suporte este projeto.

Este ciclo de apresentações tem um tema, coloca uma questão: Representação do Conhecimento ou Conhecimento da Representação? A dificuldade aqui parece ser que, sugerindo embora que se trata apenas de um problema de precedência, de "o que é que vem antes e o que vem depois", estas duas formulações, constituem quadros estruturalmente diferentes, No caso de Representação do Conhecimento, estamos no domínio de significante-significado: a representação seria o significante do significado que é o conhecimento. No caso de Conhecimento da Representação, estamos, no entanto no domínio, da interpretação: a representação funciona de um certo modo que deve ser conhecido, a representação é um objeto.

Mas do ponto de vista do que proponho, estas duas formulações não são capazes de constituir uma questão adequada. Embora no primeiro caso a relação significante-significado esteja claramente proposta -o que me permite rejeitá-la claramente- no segundo caso há muito de implícito ou não esclarecido: de que forma podemos falar de autonomia da representação? de que forma podemos falar de conhecimento (da representação) sem que este conhecimento esteja presentado, enunciado? Devemos, então falar de representação *e* meta-representação? Parece-me que também aqui dependemos, em certo grau, da relação significante-significado.

E preciso discutir esta relação, sua formulação, a que se dirige e o que 3x + 100 = 10" dentro de um Campo Semântico de uma balança de dois pratos. Mas ela constitui. Talvez fosse melhor substituí-la por "significando". Talvez seja melhor entender estes seres, as representações "em si", apenas como vapores que se desprendem quando o conhecimento é enunciado; talvez o melhor seja entender representações como resíduos, que, reais, viram texto a partir dos quais a fala se mantém. Espero, de toda forma, haver feito uma pequena contribuição para esta reflexão.

Referências

[1] BACHELARD, G. **A Epistemologia,** Edições 70, Lisboa, Portugal, não datado.

[2] BISHOP, A. **Mathematical Enculturation,** Kluwer Academic Publishers, Dodrecht, Holanda, 1988.

[3] BORBA, M.C. **Um estudo de Etnomatemática:** sua incorporação na elaboração de uma proposta pedagógica para o "Núcleo-Escola" da Favela da Vila Nogueira-São Quirino, Dissertação de Mestrado, UNESP, Rio Claro, SP, 1987.

[4] CARROLL, J.B. **Language, thought and reality:** selecte writings of Benjamin Lee Whorf, The M.I.T. Press, Cambridge, MA, 1987.

[5] D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática**: raízes sócio-culturais da arte ou técnica de explicar e conhecer, edição pessoal, Campinas, 1987.

[6] GERDES, P. **Desenhos da África,** Editora Scipione, SP, 1990.

[7] HEATH, T. **A History of Greek Mathematics (2 volumes),** Dover Publications, NY, 1981.

[8] LINS, R.C. **A framework for understanding what algebraic thinking is,** PhD Thesis, Shell Centre for Mathematical Education, University of Nottingham, Inglaterra, 1992.

[9] LINS, R.C. **Epistemologia, História e Educação Matemática: tornando mais sólidas as bases da pesquisa,** Revista de Educação Matemática da Sociedade Brasileira de Educação Matemática-São Paulo, ano 1, n. 1, 1993.

[10] LINS, R. C. **Campos Semánticos y el problema del significado en álgebra,** UNO-Revista de Didáctica de las Matemáticas, Julho; Gran, Educación, Barcelona, Espanha, 1994a.

[11] LINS, R.C. **O Modelo Teórico dos Campos Semânticos:** uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico, Revista Dínamis, Fundação Universidade Regional de Blumenau, SC, 1994b.

[12] PINXTEN, R. **Towards a Navajo indian geometry,** Communication and Cognition, Ghent, Belgica, não datado.

[13] VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente,** Livraria Martins Fontes Editora, SP, 1984.

[14] ZIZEK, S. **O mais sublime dos histórico:** Hegel com Lacan, Jorge Zahar Editor, RJ, 1991a.

[15] ZIZEK, S. **Looking awry,** The M.I.T. Press, Cambridge, MA, 1991b.