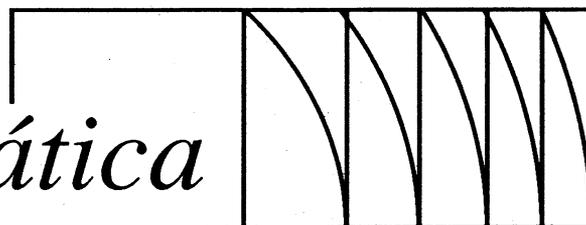
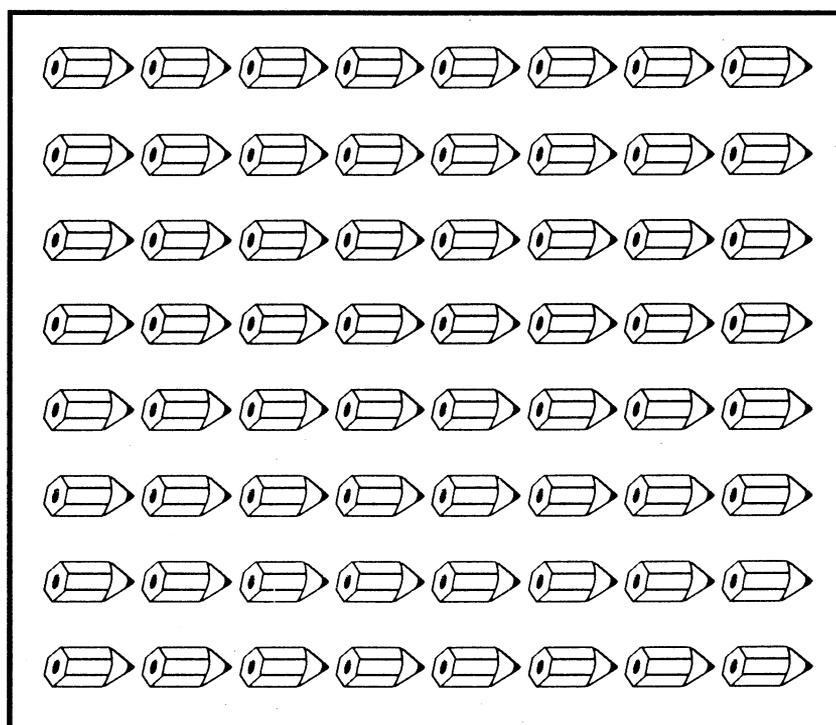


Revista de
Educação Matemática



Publicação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática-SP

Ano 3, no. 2. Março de 1995



Discos, fitas e hotéis: produzindo significado para a Álgebra

Romulo Campos Lins

Todos nós sabemos que o ensino e a aprendizagem da álgebra são pontos delicados da escola de 1º grau. As duas atividades que apresento abaixo foram desenvolvidas para propiciar um ambiente no qual se possa trabalhar com transformações de equações, e com combinações de equações.

Embora o "conteúdo" de sistemas de equações apareça apenas nos livros didáticos a partir da 7ª série, acredito que estas atividades possam ser trabalhadas com crianças de 5ª e mesmo de 4ª série. É claro que o ritmo vai ser diferente, mas o que as crianças precisam já está lá.

Quando trabalhamos com sistemas de equações a tendência é que queiramos que nossos alunos cheguem logo a métodos de resolução. Nestas atividades que apresento, a preocupação não é com achar soluções, mas sim com transformar expressões de modo que estas transformações tenham significado para os alunos.

Atividade 1: A LOJA DE DISCOS

Daniel foi visitar seus tios Paulo e Marina, que são donos de uma pequena loja de discos e fitas. No domingo, quando ele chegou à casa dos tios, descobriu que eles estavam meio chateados. O motivo é que haviam programado uma viagem, mas a pessoa que haviam contratado para cuidar da loja ficou doente, e eles não poderiam viajar.

Daniel, que gosta muito dos tios, estava de férias, e resolveu ajudá-los: ele se ofereceu para ficar cuidando da loja.

A alegria dos tios foi tanta, e a pressa tão grande, que eles saíram correndo para pegar o ônibus, deixando a chave da loja com Daniel. É que já estava quase na hora de o ônibus sair!

Só quando chegou na loja na segunda feira de manhã, é que Daniel percebeu que alguma coisa estava errada. Ele sabia que os tios cobravam preços únicos: todas as fitas custavam um mesmo preço, e todos os discos custavam um mesmo preço. Isto facilitava muito na hora de fazer as contas.

O problema é que, na pressa, os tios esqueceram de contar para Daniel qual o preço de uma fita e qual o preço de um disco!

Já estava quase na hora de abrir, e Daniel procurou por toda a loja, para ver se os preços não estavam anotados em algum lugar. Nada...

Tudo que ele achou foi um caderno, onde estavam anotadas algumas vendas da semana anterior:

2 discos e 3 fitas.....	R\$ 26,00
1 disco e 4 fitas.....	R\$ 23,00
3 discos e 5 fitas.....	R\$ 41,00
4 discos e 2 fitas.....	R\$ 36,00

No começo ele achou que aquilo não servia para nada, mas quando os clientes começaram a chegar ele teve que calcular o preço de várias compras, e só podia usar o que estava no caderno! Ajude Daniel a cuidar da loja!

Qual o preço de 8 discos e 4 fitas? Qual o preço de cada uma das compras abaixo:

- 5 discos e 8 fitas
- 2 discos e 1 fita
- 6 discos e 10 fitas
- 5 discos e 9 fitas
- 3 discos e 7 fitas

Lembre-se: para cada compra que você descobrir o preço, escreva também como você fez para descobrir.

Eu trabalhei esta atividade com grupos de crianças de sexta série, e elas não tiveram dificuldade em entender de que é que se tratava.

Também não houve problemas em usarmos a letra "d" para "discos" e a letra "f" para "fita"; usamos também "+" para indicar "e", e "=" para indicar "custa...". Usando esta notação, para dizer que 2 discos e 3 fitas custam R\$ 26,00 nós escrevemos: $2d+3f=26$.

Veja bem: não é que nós introduzimos "equações". O que está escrito ali é o mesmo que antes, só que de forma mais compacta. Para os alunos, continuamos a ter 2 discos junto com 3 fitas, custando 26 reais.

Por que esta observação é importante? Porque é com aqueles objetos que eles vão lidar para descobrir o preço das novas contas. Por exemplo, para descobrir o preço de 8 discos e 4 fitas eles podem pensar em duas compras de 4 discos e 2 fitas, e é claro que para saber o preço final eles multiplicam 36 por 2 (ou somam 36 com 36); veja a figura 1.

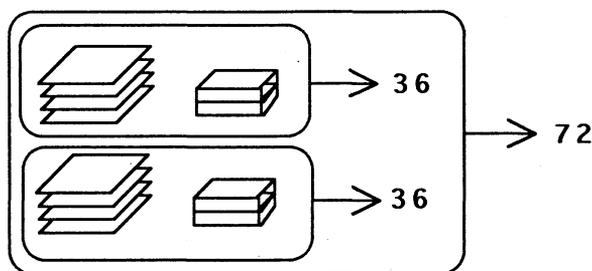


figura 1

Note que o que eles fazem "do lado esquerdo" do sinal de igual é bem diferente do que eles fazem "do lado direito". Do lado esquerdo temos discos e fitas, e do lado direito temos dinheiro.

De maneira semelhante eles podem descobrir o preço de 5 discos e 8 fitas juntando duas compras, uma de 2 discos e 3 fitas, e a outra de 3 discos e 5 fitas.

Para descobrir o preço de 2 discos e 1 fita há duas possibilidades imediatas. Podemos pegar uma compra de 4 discos e 2 fitas e separar em duas compras iguais, ou podemos pegar uma compra de 3 discos e 5 fitas e retirar 1 disco e 4 fitas.

Trabalhando com discos e fitas, há basicamente quatro operações que podemos fazer com compras:

- (1) podemos duplicar, triplicar, etc., uma compra;
- (2) podemos separar uma compra em compras menores e iguais;
- (3) podemos juntar compras; e,
- (4) podemos remover (tirar) uma compra de outra.

Para calcular os preços resultantes, nós usamos, respectivamente, multipli-

cação, divisão, adição e subtração dos preços envolvidos.

Em minha experiência, os alunos descobriram com mais facilidade as operações (1) e (2), não tiveram muita dificuldade com (3), e (4) não pareceu uma operação muito óbvia a princípio, mas depois que eles viam que podiam utilizá-la ela parecia perfeitamente natural.

Você já notou que o “jogo” não é descobrir o preço de discos e fitas, e sim trabalhar com as compras. Nas classes em que trabalhei, no entanto, houve duas ou três duplas de alunos que acharam que só podiam calcular o preço ds compras se descobrissem os preços individuais, e começaram a trabalhar com tentativa-e-erro; eu não os impedi de fazê-lo, mas insisti sempre que não era necessário saber os preços individuais. Como talvez fosse de se esperar, estes grupos pegavam uma única compra e descobriam preços que funcionavam para ela, sem se preocupar se funcionavam também para as outras compras dadas. Por exemplo, eles pegavam $1d+4f=23$, e descobriam que se o disco custasse 3 e a fita 5 o preço total seria mesmo 23, e aí calculavam os preços de todas as outras compras. É simples lidar com esta situação: basta pedir que eles experimentem 3 e 5 nas compras dadas...

Mais tarde, quando estes alunos viam o que os outros haviam feito, eles entendiam rapidamente que havia outras possibilidades além de descobrir os preços individuais, e então eu pedi que tentassem por aquele método usado por seus colegas.

A esta altura podemos ficar com a tentação de dizer que os alunos já haviam entendido que podemos multiplicar ou dividir os dois lados de uma equação por um mesmo número, e que podemos “somar e subtrair equações”. Calma lá, não é bem assim.

Imagine pegar a compra $4d+2f=36$ e dividi-la por 4. O resultado seria $1d+0,5f=9$. Mas o que quer dizer “0,5f”? Faz sentido falar de “meia fita”? Eu imagino que o preço de meia fita é...nada! zero! Claro, meia fita é uma fita quebrada, e o mesmo se aplica pra os discos. O que quero dizer é que aquelas operações só tem significado dentro dos limites da situação de discos e fitas.

Também é importante perceber que há duas coisas acontecendo: há operações de juntar, separar e remover discos e fitas, e há as operações aritméticas com as quais calculamos efetivamente os preços das compras. Mas quem manda são as primeiras; antes de saber que conta fazer com os preços, os alunos estruturam, com as operações de juntar, separar e remover, a solução do problema, e aí decidem que contas fazer com os preços.

Se você quiser aumentar o desafio é fácil: basta usar para discos e fitas preços com centavos!

Para não dizer que esta atividade não tem nada a ver com métodos para resolver sistemas de equações, veja o que uma dupla de alunas fez: (figura 2, na página seguinte)

Talvez elas tenham tido uma dica ou duas de seus pais ou de suas mães, mas o interessante é que quando apresentaram seu trabalho para os colegas eles perceberam exatamente o que estava acontecendo; penso que aquilo teve signifi-

	SOLUÇÃO DA PAULA E DA GABRIELA
I	$4d + 6f = 7.300$
II	$5d + 2f = 5.550$
I:2	$2d + 3f = 3.650$
II	$5d + 2f = 5.550$
	$10d + 15f = 18.250$
	$10d + 4f = 11.100$
	$11f = 7.150$

figura 2

cado para os outros também porque as alunas estavam falando de coisas com as quais todos sabiam como lidar: discos, fitas, compras e preços.

Uma última observação aqui. Rapidamente as operações com compras ficam naturais para os alunos. Podemos então pensar no seguinte: vamos tirar a compra $1d + 4f = 23$ da compra $2d + 3f = 26$. Se usamos a organização da figura 2, ficamos com,

$$\begin{array}{r} _ 2d + 3f = 26 \\ \underline{1d + 4f = 23} \\ 1d - 1f = 3 \end{array}$$

Mas o que quer dizer "1d-1f"? Não é possível tirar uma fita de um disco!

Para produzir significado para expressões como esta, é preciso trabalhar com outros objetos. Eu vou deixar esta questão no ar, para você pensar. Em um outro artigo vou estender e aprofundar esta discussão.

Atividade 2: O PEQUENO HOTEL

Esta segunda atividade é em tudo parecida com a dos Discos e Fitas, mas ela permite que trabalhemos naturalmente com expressões onde aparece um sinal de subtração, o que, como vimos, não é nada natural em Discos e Fitas.

A atividade aqui é a seguinte:

Um pequeno hotel que conheço funciona da seguinte maneira.

Quando o dono dá o preço da diária ele já inclui o custo de uma refeição, que pode ser o almoço ou o jantar. Quer dizer, quando você paga uma diária tem direito a um almoço ou um jantar.

Mas o dono diz que se você avisar antecipadamente que não vai almoçar nem jantar no hotel naquele dia, ele desconta da diária o preço da refeição. É que a pessoa pode querer sair para passear e comer fora do hotel.

Também é possível trazer convidados para comer no hotel, e aí cada refeição é acrescentada a sua conta.

Veja algumas contas pagas por certos hóspedes:

Marcos e Silvana: 6 diárias mais 2 refeições, R\$ 150,00
(eles ficaram 3 dias no hotel, e são duas pessoas, e levaram um casal de amigos para jantar no hotel)

Geraldo: 4 diárias menos uma refeição, R\$ 79,00
(ele ficou 4 dias no hotel, e em um dos dias fez suas refeições em outro lugar)

Sérgio e Marcelo: 8 diárias mais 3 refeições, R\$ 203,00
(eles ficaram 4 dias no hotel, e são duas pessoas, e levaram três amigos para jantar no hotel)

Agora é sua vez de trabalhar um pouco e calcular o valor das seguintes contas:

3 diárias mais 1 refeição
9 diárias mais 3 refeições
8 diárias menos 2 refeições

E tem também umas outras situações para resolver. Vamos ver se você daria um bom gerente!

(1) Se juntarmos a conta de Marcos e Silvana com a conta de Geraldo, que conta dá (quantas diárias e quantas refeições)?

(2) Sérgio e Marcelo resolveram pagar suas partes separadamente. Marcelo disse que ele ia pagar 4 diárias menos 1 refeição, que sabemos que dá um total de R\$ 79,00. Se tiramos isto da conta total deles, de 8 diárias mais 3 refeições, quantas diárias e quantas refeições Sérgio vai ter que pagar? E quanto isto vai custar?

Como já disse, o "espírito" desta atividade é o mesmo que o da anterior, mas aqui é possível trabalhar com expressões onde um "-" é "natural, e isso abre diversas possibilidades.

Para resolver a questão (2) acima, por exemplo, é provável que nós fizessemos,

$$8d+3r = 203$$

$$4d-1r = 79$$

$$4d+4r = 124$$

Para os alunos, no entanto, é mais que provável que a solução acima não pareça razoável: como é que "tirando" o número de refeições a pagar ainda aumenta?

Quando eles têm que se defrontar com o problema sem ter uma solução, vão trabalhar, é claro, com os objetos propostos: contas, diárias e refeições. Com estes objetos, como saber o que vai sobrar para Sérgio pagar?

Beim, ele podem, por exemplo, pensar que se Marcelo deixa de pagar uma refeição, das 8 que eles têm que pagar juntos nas diárias, é "natural" que Sérgio

pague por ela. Eu não vou aqui dizer o que é que os alunos vão fazer. Seria impossível...Espero apenas ter dado uma idéia das possibilidades.

Conclusão

Estas são duas atividades criadas com base em uma mesma idéia geral: se queremos que os alunos discutam seus métodos, e as justificações que têm para o que dizem, então é melhor evitar situações em que o foco é achar uma solução específica; este seria o caso se pedíssemos simplesmente que os alunos calculassem o preço de um disco e de uma fita. **Não é isso que importa**. O que queremos é que os alunos **aceitem** que transformar expressões é uma atividade que tem sentido, e para a qual podem produzir significado.

É fundamental, nas duas atividades, que os alunos explicitem suas *justificações*, isto é, que digam como chegaram a seus resultados, e isto é melhor feito se primeiro eles trabalham em grupos pequenos (2 ou 3 alunos) para depois mostrar o que fizeram para o resto da classe.

Uma possibilidade muito interessante é pedir aos alunos que inventem suas próprias situações; eles terão que procurar preços e decidir combinações. E depois tudo isto se transforma numa fonte de atividades para suas próximas turmas!

Pode apostar que alguém vai aparecer com situações mais interessantes que discos, fitas e hotéis...

Outras leituras relacionadas

Se você tiver interesse em refletir mais sobre as idéias sobre as quais estas atividades se baseiam, há dois outros artigos meus que podem ser de interesse:

Epistemologia, História e Educação Matemática: tornando mais sólidas as base da pesquisa, publicado no número 1 desta *Revista de Educação Matemática*, da SBEM-SP, setembro de 1993.

Álgebra e pensamento algébrico na sala-de-aula, publicado no número 2 da *Educação Matemática em Revista*, da SBEM nacional, no primeiro semestre de 1994.

Romulo Campos Lins é professor do Departamento de Matemática da UNESP, Rio Claro. Correspondência pode ser enviada para:

Av 24 A. 1515
13506-700 Rio Claro SP

e-mail: romlins@rcb000.uesp.br