

Octubre 1997 PVP 1.800 PTA

Uno

14

Revista de Didáctica de las Matemáticas

Lenguajes algebraicos



Rómulo Campos Lins

Departamento de Matemáticas y Programa de Posgrado de Pedagogía de las Matemáticas, Universidad Estatal de Sao Paulo en Rio Claro, Brasil

En este documento, expongo una visión de la producción de significado que se aparta tanto de la noción habitual de «comunicación» como de los enfoques realistas y objetivistas. A fin de que dicha visión sea operativa, se da una explicación de por qué la producción de significado no se «enloquece» -algo que cualquier enfoque relativista debería proporcionar- al mostrar que la noción de interlocutor es una parte central de ese proceso, de hecho, una parte constitutiva de la cognición.

Struggling for survival: the production of meaning

In this paper I present a view on meaning production which departs both from the usual notion of «communication» and from realist and objectivist approaches to it. To make such a view operational, an account is given of why meaning production does not «go wild» -something any relativist approach should provide- showing the notion of interlocutor to be central in that process, indeed a constitutive part of cognition.

Dentro

Hay muchas maneras de imaginar los procesos que tienen lugar en el ámbito de la pedagogía de las matemáticas. Más allá de la corrección y la equivocación, estas diferencias marcan maneras específicas de conceptualizar no sólo la actividad cognitiva humana, sino también lo que se percibe como «realidad».

No obstante, respecto a la docencia, independientemente del enfoque que tengamos en consideración, siempre se basa en la noción de comunicación, entendiendo que el significado puede transmitirse de una persona a otra a través del uso de algún elemento intermedio: lenguajes, dibujos, gestos, la disposición de cosas, etc. Un modo de analizar esta situación consiste en decir que la docencia está tan organizada porque las personas creen en la comunicación. Otro consistiría en decir que las personas participan en una práctica que constituye la comunicación real, y que sólo a través de dicha creación se convierte en una suposición subyacente. En ambos casos, parece ser que *significado* es una palabra clave, algo que no debe sorprendernos, teniendo en cuenta que nosotros, los pedagogos de las matemáticas, intentamos *dotar de significado* a algo que ellos, los matemáticos trabajadores, dicen que *carece de significado*. Debe haber algún error, y al parecer tiene que ver con la manera como hemos abordado la noción de significado. Hay otras dificultades. Por ejemplo, decimos que algo carece de significado *para* alguien, pero el criterio con frecuencia es objetivo, como «no pertenece a la cultura del sujeto». Frecuentemente, la falta de significado también se entiende como «¿por qué tendría que hacer esto?» (resolver ecuaciones, por ejemplo).

Dentro del significado

¿Para qué producimos significado?

Llamemos a esa cosa *texto*. Limitarnos a considerar únicamente el texto escrito no es ni adecuado ni necesario¹. Producimos significado para el texto escrito, pero también para diagramas, sonidos, la disposición de «objetos concretos», cuadros, estrellas en el cielo y para muchas otras cosas. No obstante, deberíamos poder estar de acuerdo en que siempre que producimos significado para un *texto*, creemos que ese *texto* tiene significado, esto es, que alguien lo ha compuesto de esa manera con una intención, la cual puede «leerse» a partir del texto. Teniendo esto en cuenta, yo digo que un *texto es el residuo de una enunciación*, que está presente *para uno* como parte de la petición de que *uno* produzca significado para ese texto. Uno cree que alguien lo ha dicho, pero también cree que debería producir significado para ese texto.

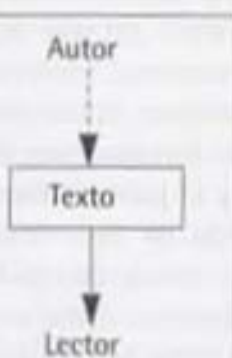
Así pues, la producción de significado siempre implica como mínimo tres elementos: *autor*, *texto* y *lector*, y comúnmente se considera que estos tres elementos actúan juntos para producir comunicación, entendiendo que el significado se transmite del autor al lector a través de un texto. No obstante, si tuviéramos que adoptar esta visión, no sería posible explicar el hecho de que las personas producen significado para cosas que no ha producido nadie.

Una visión alternativa es decir que el *lector* crea al *autor* exactamente como se crea un *texto*, del mismo modo que un autor convierte al *lector* en lector (está leyendo [fig. 1]). Admitir que el significado se produce como equivalencia a lo que un autor *ha querido decir* no necesariamente implica que equivalga a lo que «el autor» ha querido decir, ni siquiera que «el autor» exista.

Desde esta perspectiva, y en esta situación, un *autor* no produce significado, sino *legitimidad*, a saber, una demarcación de la producción de significado. Jacques Derrida advierte correctamente que el significado no puede transmitirse, pero también es necesario justificar el

hecho de que los *lectores* no producirán simplemente cualquier significado. Cuando alguien observa un diagrama y dice, por ejemplo, que «la corriente fluirá en esa dirección», se produce significado, no mediante una correspondencia real con lo que «el autor» ha dicho, sino mediante esa enunciación. El *lector* lo dice porque cree que un *autor* también habría dicho esto, es decir, el *lector* tiene una justificación para esa enunciación que él cree que sería aceptable para un *autor*. En otro lugar he mostrado de qué manera este proceso

Figura 1



vincula el significado con la producción de conocimientos (véase, por ejemplo, mi documento en las actas de PME XVIII).

Analícemos algunos ejemplos:

1. El profesor escribe en la pizarra: « $3x + 10 = 100$ ». Este texto se presenta con la petición -casi siempre implícita- de que los alumnos produzcan significado para el texto, esto es, que *digan algo acerca del texto*. Un alumno, que ha aprendido a producir significado para las ecuaciones como si se tratara de balanzas en equilibrio, dice: «son tres piedras iguales y diez quilos que equivalen a cien quilos». Pero esto no tiene nada que ver con «el autor» (el profesor), que presentaba el texto como una igualdad numérica (una ecuación «verdadera»).

2. Durante siglos la gente que vivía en torno a las cuevas las utilizaba como refugio y sólo veía en ellas un agujero cavado en la roca. Un día, un visitante -casualmente, un profesor de arqueología- entra en las cuevas (en busca de refugio) y descubre algo extraordinario: hay textos producidos por algún pueblo muy antiguo grabados con delicadeza en las paredes.

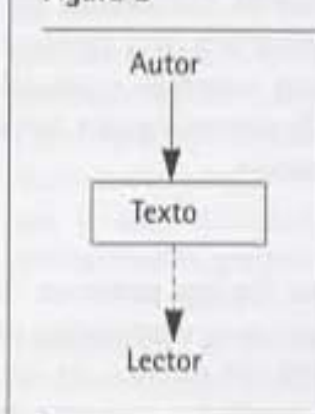
3. Observe las paredes de su alrededor (si las hay): ¿está seguro de que ningún albañil dejó allí la fórmula de un potente fármaco anticanceroso (grabada con delicadeza, por supuesto)?

② Sin duda, podríamos añadir situaciones en que un *autor* ha ordenado estrellas de distintas maneras para contarnos algo sobre nuestro destino, pero tal vez esto no parezca acertado, porque casi nos conduciría a afirmar que la producción de las leyes de la física implica cierta clase de fe.

¿Quién me lee?

Teniendo en cuenta la noción popular de que «el autor comunica al lector», todavía tenemos que examinar la otra mitad: el *autor* primero. Nos referimos a la enunciación.

Figura 2



Del mismo modo que el *lector* tiene que crear al *autor* para que sea autor, el *autor* tiene que crear al *lector* para que sea lector (fig. 2). Y, del mismo modo que el *lector* no produce cualquier *significado* (porque el *autor* creado delimita la producción de significado), el *autor* no hace cualquier afirmación, porque el lector delimita la enunciación. El proceso es muy similar al anterior: diga lo que diga el *autor*, lo hará con la convicción de que tiene una justificación para decirlo que es aceptable para el *lector*.

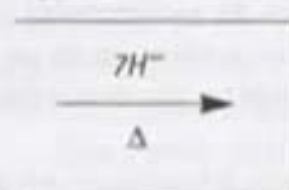
Podríamos intentar analizar de nuevo las situaciones presentadas en los ejemplos anteriores:

1. Cuando el alumno dice «son tres piedras iguales y diez quilos que equivalen a cien quilos», debe creer que existe un *lector* que (¿cuál?) aceptará que las ecuaciones son como las balanzas en equilibrio, si no no diría eso³.

2. Las personas que hicieron los grabados los hicieron para alguien, divino o terrenal (o ambos, tal vez existían en una única entidad). Tal vez es una coincidencia extraordinaria que la erosión haya producido algo tan parecido a la escritura o los jeroglíficos.

3. En mi escuela de secundaria había alguien que -según contaba la leyenda por aquel entonces- había sido un físico brillante y se volvió loco. Solía repetirnos mientras quitaba el polvo: «siete "H" negativas sobre un borde puntiagudo: esto es el disolvente universal». Un día, mientras estudiaba química, me di cuenta de que la siguiente transformación podría corresponder a las palabras de ese hombre (fig. 3), que en términos químicos harían referencia a una reacción en que se añaden antiprotones y calor; el calor potencia las reacciones químicas, mientras que los antiprotones aniquilan los protones; el único significado que conseguí producir para «7» tenía una naturaleza mística.

Figura 3



El hombre del ejemplo 3' fue *autor* para un *lector* que no estaba en ningún lugar conocido para mí y mis amigos. Se le consideraba loco. En cuanto al *autor* del ejemplo adicional, bueno, me cuesta pensar en un *autor* así, aunque no por la posibilidad de que no estuviera allí.

Todos los *autores* necesitan un *lector*, todos los *lectores* necesitan un *autor*. Cualquiera de nosotros a veces es *autor* y otras veces *lector*. Los diagramas de las figuras 1 y 2 se fusionan para producir la ilusión de la comunicación. El fracaso de la comunicación se convierte en un accidente. Los «conocimientos» se convierten en una mercancía, la cual puede almacenarse y entregarse a otra persona. La docencia institucionalizada forma parte de los sistemas productivos. Siempre que se requiere una reproducción, la comunicación fiel es algo bueno. Esta clase de docencia *crea* comunicación.

3

Lucha

En seguida queda claro que los dos procesos -la producción de significado y la enunciación- están muy vinculados, en ambos casos, están delimitados por *interlocutores*: un *autor* o un *lector*. ¿Pero por qué debería ser así? La explicación puede ser que esta estrategia aumenta nues-

tras probabilidades de pertenecer a algún lugar, algo que puede hacernos sentir más seguros (tal vez realmente seguros). Por ejemplo, las personas adoptan una religión para pertenecer a una comunidad que parece adecuada, del mismo modo que los niños acaban creyendo que el comportamiento «civilizado» es bueno (a no ser, por supuesto, que vivan en chabolas o en la Palestina antiguamente ocupada).

En el ejemplo 3' he dicho que el trabajador de mi escuela era considerado un loco únicamente porque creía en esa afirmación potencialmente revolucionaria, y todas las otras cosas que decía se percibían desde ese punto de vista. Pero la locura es, en gran medida, una cuestión de interlocutores; en algunos círculos, decir que oyes voces es esquizofrenia, mientras que en otros es un regalo bien visto. Pero no nos adentremos más en este tema. El punto clave es que nosotros producimos significado a fin de pertenecer a una práctica social o, en una escala más amplia, a una cultura, al igual que producimos enunciaciones por el mismo motivo.

Mientras que el significado se produce a partir de un texto, la enunciación «genera» un texto, y esto podría diferenciar los dos procesos. Asimismo, quedaría la cuestión de por qué tiene lugar una enunciación, después de todo. Desde la perspectiva que propongo, una enunciación se produce precisamente como respuesta a una petición de producir significado para un texto, como parte del concepto de pertenencia, y al parecer esto soluciona ambas cuestiones a la vez: cada *autor* es un *lector*. Respecto a la cuestión de dónde empieza todo, sólo hay que tener en cuenta que los seres humanos nacen en mundos que ya existen, en lenguajes que ya existen; las personas nacen en significados y culturas⁴.

Supervivencia

Los seres humanos sobreviven aprendiendo a pertenecer y aprendiendo el concepto de pertenencia, y lo que nos caracteriza es que el concepto de pertenencia⁵ relacionado con el significado, no sólo con el olor y las pautas conductuales. En este proceso, aprendemos que tenemos que producir significados que sean aceptables para un interlocutor. Al principio, la aceptabilidad consiste en conseguir lo que deseamos, pero gradualmente adquirimos la capacidad de pretender que podemos anticipar la aceptabilidad; en palabras de Vigotsky, podríamos decir que el pensamiento gradualmente disloca la palabra y la precede.

Creo que Vigotsky tenía razón al decir que este cambio está relacionado con la interiorización, pero en los casos en que él hablaba de la interiorización de formas producidas socialmente, yo más bien hablaría de la interiorización de maneras de producir significado producidas y

aceptables socialmente. El desarrollo intelectual, también según Vigotsky, es llegar a ser capaz de hacer por sí mismo algo que previamente sólo podía hacerse con la ayuda de alguien más capacitado. Y la potente percepción que contiene el proceso de Zona de desarrollo próximo (ZDP), tal como lo postula Vigotsky, juntamente con las ideas expuestas hasta ahora en este documento, me permiten afirmar que el desarrollo intelectual está consiguiendo ser capaz de producir significados que previamente sólo se podían producir en referencia a la autoridad de otra persona: el desarrollo intelectual es autonomía, entendida ésta como una habilidad para anticipar la aceptabilidad, y esto se logra a través de la interiorización de interlocutores.

Fuera

Al principio, hemos planteado que la docencia se basa en la noción de comunicación. Entonces no hemos dicho, aunque es cierto, que esta visión y la docencia como transmisión de «conocimientos» han ido de la mano durante bastante tiempo. No obstante, la comunicación no es una condición posible -y aún menos necesaria- para que exista una convergencia de significados, mientras que la noción de interlocutores que propongo podría ofrecer un mecanismo suficiente para que ésta tuviera lugar, una situación que sugiere que nos replanteemos la docencia y la consideremos como un proceso a través del cual los interlocutores con el tiempo se interiorizan. Esto no sólo destaca el importante papel y la responsabilidad del profesorado, sino también el hecho de que los interlocutores interiorizados en otras actividades -que impliquen a la familia y los amigos, por ejemplo- podrían desempeñar un papel más importante en los procesos de producción de significado de lo que en un principio pudiéramos pensar, tal como ya ha señalado Valerie Walkerdine.

Finalmente, es evidente que las justificaciones deben convertirse en una parte central de la docencia, no sólo como en las demostraciones, sino como parte de la posibilidad de obtener significados que se están produciendo. Si el alumnado tiene que interiorizar interlocutores y si el profesorado quiere convertirse en interlocutor para el alumnado, el profesorado al menos debe intentar saber *por qué* los alumnos dicen lo que dicen.

¿Escoger un lenguaje para el álgebra?

En primer lugar, declaro lo que creo que es el álgebra: texto. No cualquier texto, sino un texto para el cual puedo producir significado *potencialmente* en términos de números, operaciones aritméticas, igualdades y desigualdades. Pero esto no dice nada sobre los significados que

realmente producirá para ese texto una persona específica en el ámbito de una actividad específica.

El profesor quiere que el alumnado solucione el problema «4 cajas iguales y un peso de 10 gramos equivalen a una única caja y un peso de 100 gramos. ¿Cuánto pesa cada caja?». El profesor escribe: « $4x + 10 = x + 100$ », pero los alumnos preferirían dibujar una balanza de platillos. Entonces, el profesor dice: « $3x + 10 = 100$ », y los alumnos están de acuerdo. Y luego, que « $3x = 90$ » y que « $x = 30$ ». El alumnado sigue estando de acuerdo. En silencio, los alumnos «ven» lo que está haciendo el profesor: «retirar una caja de cada lado, retirar 10 gramos de cada lado y repartir los 90 gramos en tres cajas». ¿Por qué no había allí el dibujo de una balanza de platillos?

El profesor no vio ninguna caja ni ningún peso cuando resolvió el problema, únicamente vio números, operaciones aritméticas y una igualdad. La lógica de las operaciones necesarias para resolver el problema estaba relacionada con estos elementos. ¿Por qué iba utilizar el profesor el dibujo de una balanza de platillos?

En otro lugar he expuesto el hecho de que existen muchas maneras diferentes de producir significado para los textos de álgebra (texto en el sentido presentado anteriormente). Una *notación* que apoye el razonamiento que tiene lugar (la producción de significados) y sea parte de él tiene que ser *adecuada*: si las operaciones aritméticas son objetos, es decir, si yo pienso con ellas (como sucede en el razonamiento algebraico; véase Lins, 1992 Et en prensa), la *notación* utilizada debe tener un sistema para hacer que estén presentes; si no son objetos, sino únicamente instrumentos para calcular algunos valores reales (como en el caso de la producción de significado en relación con una balanza de platillos), puede que no haya ningún motivo para hacer que estén presentes.

Decir que la anotación literal es álgebra, o incluso que es el *lenguaje del álgebra*, implica, en el mejor de los casos, no percatarse de que existen distintas maneras de producir significado para el álgebra, y esto puede implicar, en el peor de los casos, la convicción de que el «álgebra» es la *esencia* de todas esas otras cosas (balanzas de platillos, áreas, etc.), las cosas que tal vez queremos utilizar para enseñar álgebra de la manera fácil, para «llenar el vacío».

La visión de la producción de significado que he expuesto aquí apunta hacia una dirección distinta: las notaciones se combinan con los significados para producir lenguajes. Las notaciones deben tener los sistemas adecuados para hacer que los significados estén presentes. En lugar de ser medios para expresar las ideas, los lenguajes son el *verdadero producto del proceso que implica la producción de significado*. Los

lenguajes se producen en las actividades y no se escogen de antemano. La clave del por qué hay una convergencia tan sorprendente en los lenguajes producidos en una cultura es el *concepto de pertenencia*, como ya he expuesto anteriormente.

«Escoger» un lenguaje para el álgebra, en una actividad determinada, ya tiene que ver con la anticipación de significados, es decir, con la producción de significados. Y tiene que ver con la elección de interlocutores.

Notas

* Este artículo es una versión revisada del que se presentó en la BSRLM Day Conference, en Sheffield (Reino Unido), en febrero de 1996.

1. Ros Sutherland me ha convencido de que no era adecuado, y los cambios en mi razonamiento posterior, que no es necesario.

2. Una vez, durante una conversación, un teólogo católico muy respetado me dijo que no sabía si existe un Dios. Obviamente, esto me inquietó. Tardé muchos meses en darme cuenta de que, como hablante no nativo de inglés, no había comprendido una declaración muy sutil.

3. De hecho, hay situaciones documentadas en que lo que en cierto momento se consideraba aceptable para un lector se convierte, a través del rechazo de la legitimidad, en algo no aceptable como justificación, esto es, ya no puede afirmarse. Véase, por ejemplo, mi breve presentación oral en las actas de PME XIX; el autor dispone de la versión completa del documento.

4. Siguiendo la noción de mundos de Nelson Godman. Véase, por ejemplo, su *On mind and other matters* (Sobre la mente y otras cuestiones).

Referencia del autor

Rómulo Campos Lins, profesor del departamento de matemáticas de la Universidad Estatal de Sao Paulo, Rio Claro, Brasil. romlins@rcb000.uesp.ansp.br

Línea de trabajo: epistemología y educación matemática.